

Gestion des ressources humaines d'un service d'urgence en période épidémique

Thierry Garaix
Omar El-Rifai, Xiaolan Xie

Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Étienne

July 4, 2016



Sommaire

- 1 Introduction au problème
- 2 Dimensionnement des ressources
- 3 Les postes de travail
- 4 Les postes en astreinte
- 5 Les heures supplémentaires
- 6 Conclusions



- 1 Introduction au problème
- 2 Dimensionnement des ressources
- 3 Les postes de travail
- 4 Les postes en astreinte
- 5 Les heures supplémentaires
- 6 Conclusions

La situation actuelle en France

- Augmentation de la demande aux urgences (~ 18 million par ans soit 5 millions de plus qu'il y a 10 ans)¹
- Une réalité économique complexe (recherche d'efficacité sans expansion)
- Engorgements aux urgences pendant les épidémies saisonnières

¹Direction de la recherche, des études, de l'évaluation et des statistiques.
<http://www.drees.sante.gouv.fr/enquete-nationale-sur-les-structures-des-urgences,11113.html>

La situation actuelle en France

- Augmentation de la demande aux urgences (\sim 18 million par ans soit 5 millions de plus qu'il y a 10 ans)¹
- Une réalité économique complexe (recherche d'efficacité sans expansion)
- Engorgements aux urgences pendant les épidémies saisonnières

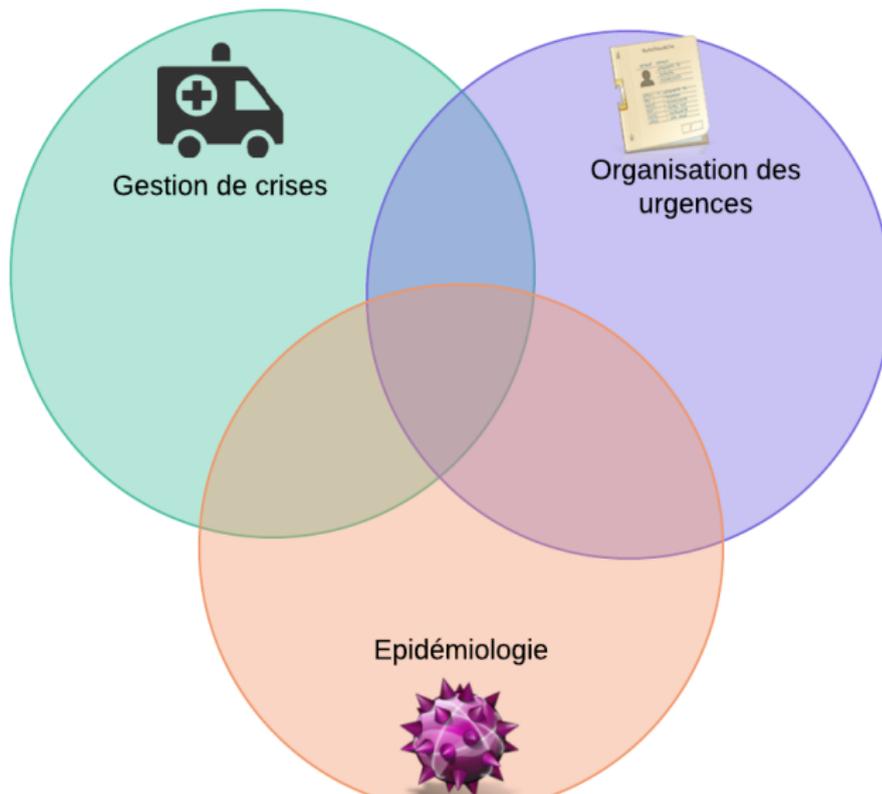
¹Direction de la recherche, des études, de l'évaluation et des statistiques.
<http://www.drees.sante.gouv.fr/enquete-nationale-sur-les-structures-des-urgences,11113.html>

La situation actuelle en France

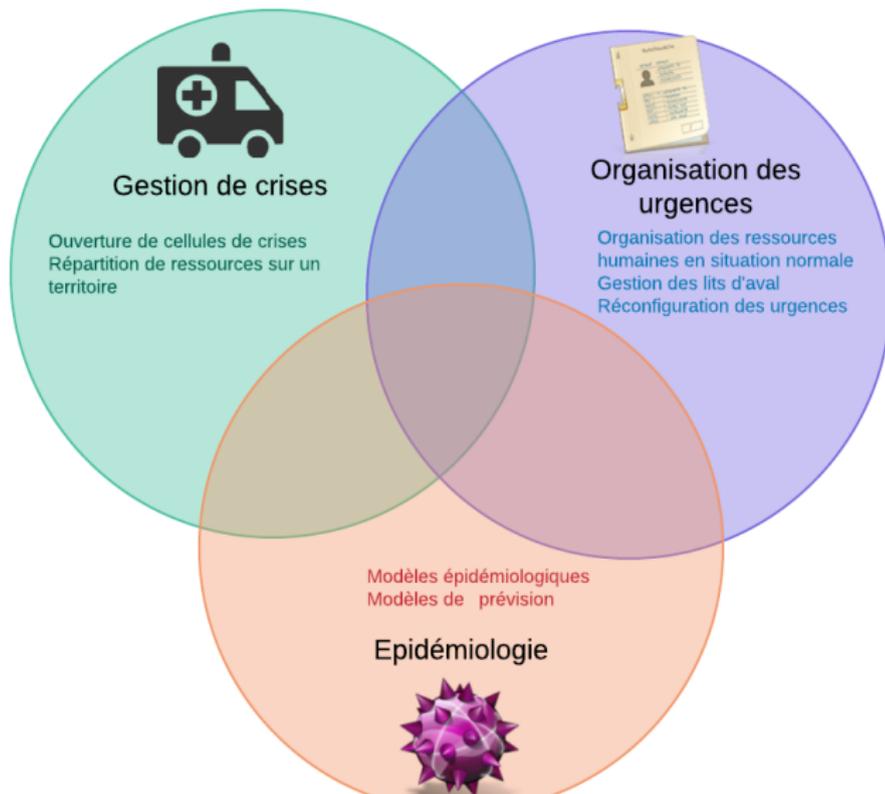
- Augmentation de la demande aux urgences (~ 18 million par ans soit 5 millions de plus qu'il y a 10 ans)¹
- Une réalité économique complexe (recherche d'efficacité sans expansion)
- Engorgements aux urgences pendant les épidémies saisonnières

¹Direction de la recherche, des études, de l'évaluation et des statistiques.
<http://www.drees.sante.gouv.fr/enquete-nationale-sur-les-structures-des-urgences,11113.html>

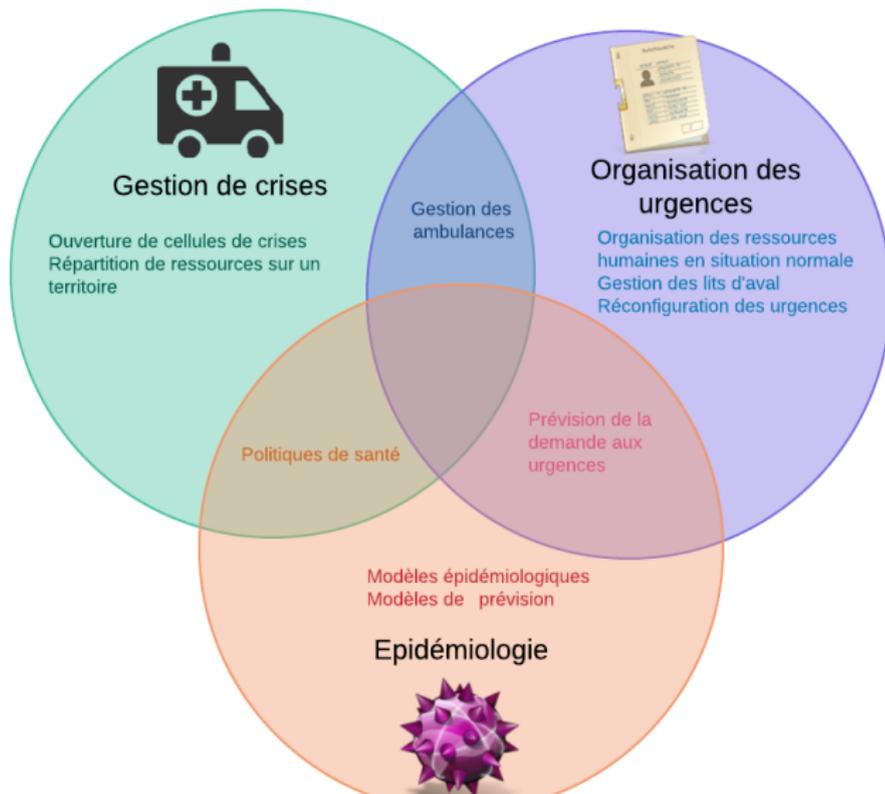
Solutions au problème des épidémies saisonnières



Solutions au problème des épidémies saisonnières



Solutions au problème des épidémies saisonnières



Projet HOST

- Projet ANR TECSAN: HOST (Hôpital sous tension simulation optimisation)
- Plusieurs partenaires qui abordent des problématiques différentes (Alicante, CHRU Lille, Ecole Centrale Lille, Université Blaise Pascal, Université Lille II, Université Valenciennes)
- But de la thèse: Identification et modélisation de stratégies d'évitement des tensions, en prenant en compte les aléas



Projet HOST

- Projet ANR TECSAN: HOST (Hôpital sous tension simulation optimisation)
- Plusieurs partenaires qui abordent des problématiques différentes (Alicante, CHRU Lille, Ecole Centrale Lille, Université Blaise Pascal, Université Lille II, Université Valenciennes)
- But de la thèse: Identification et modélisation de stratégies d'évitement des tensions, en prenant en compte les aléas



Projet HOST

- Projet ANR TECSAN: HOST (Hôpital sous tension simulation optimisation)
- Plusieurs partenaires qui abordent des problématiques différentes (Alicante, CHRU Lille, Ecole Centrale Lille, Université Blaise Pascal, Université Lille II, Université Valenciennes)
- But de la thèse: Identification et modélisation de stratégies d'évitement des tensions, en prenant en compte les aléas



Ressources Humaines

- Malgré une augmentation de l'effectif (72,7% pour les médecins et de 56,3% entre 2001 et 2011 pour les infirmiers) le problème des ressources humaines reste un problème fréquemment cité
- En termes de dépenses, les ressources humaines totalisent aujourd'hui près de 70% du budget total d'un hôpital
- L'organisation des ressources humaines est complexe (plusieurs acteurs, problèmes très contraints, lien entre arrivées (demande) et ressources humaines n'est pas clair)



Ressources Humaines

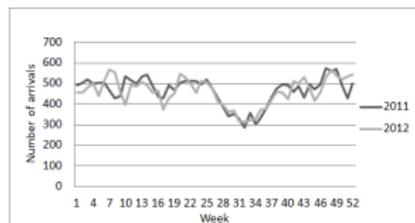
- Malgré une augmentation de l'effectif (72,7% pour les médecins et de 56,3% entre 2001 et 2011 pour les infirmiers) le problème des ressources humaines reste un problème fréquemment cité
- En termes de dépenses, les ressources humaines totalisent aujourd'hui près de 70% du budget total d'un hôpital
- L'organisation des ressources humaines est complexe (plusieurs acteurs, problèmes très contraints, lien entre arrivées (demande) et ressources humaines n'est pas clair)



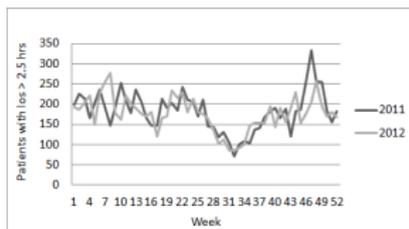
Ressources Humaines

- Malgré une augmentation de l'effectif (72,7% pour les médecins et de 56,3% entre 2001 et 2011 pour les infirmiers) le problème des ressources humaines reste un problème fréquemment cité
- En termes de dépenses, les ressources humaines totalisent aujourd'hui près de 70% du budget total d'un hôpital
- L'organisation des ressources humaines est complexe (plusieurs acteurs, problèmes très contraints, lien entre arrivées (demande) et ressources humaines n'est pas clair)

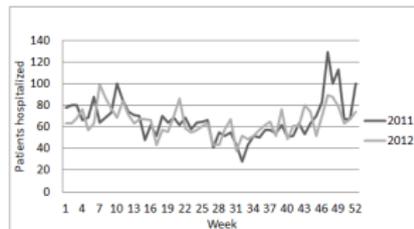
Représentation de la demande



(a) Arrivées aux urgences par semaine



(b) Arrivées avec durée de séjour ≥ 2.5 heures



(c) Hospitalisations par semaines

Figure : Évolution de la charge de travail aux urgences au cours de l'année

Représentation de la demande (suite)

- Nous avons besoin de modèles stochastiques de représentation de la demande
- Les modèles épidémiologiques (SEIR) permettent de lier les paramètres d'une épidémie au nombre de patients qui visitent les urgences
- En simulant ces modèles épidémiologiques, nous pouvons obtenir différents scénarios d'arrivées de patients

Représentation de la demande (suite)

- Nous avons besoin de modèles stochastiques de représentation de la demande
- Les modèles épidémiologiques (SEIR) permettent de lier les paramètres d'une épidémie au nombre de patients qui visitent les urgences
- En simulant ces modèles épidémiologiques, nous pouvons obtenir différents scénarios d'arrivées de patients

Représentation de la demande (suite)

- Nous avons besoin de modèles stochastiques de représentation de la demande
- Les modèles épidémiologiques (SEIR) permettent de lier les paramètres d'une épidémie au nombre de patients qui visitent les urgences
- En simulant ces modèles épidémiologiques, nous pouvons obtenir différents scénarios d'arrivées de patients

Modèle SEIR

- 4 compartiments : Susceptible S, Exposed E, Infected I, and Recovered R
- Les règles d'évolution des patients sont données par des équations différentielles
- Les paramètres sont : la taille de la population initiale, le taux de contagion, la durée d'incubation, la durée d'infection et le nombre d'individus infectés au départ

Modèle SEIR

- 4 compartiments : Susceptible S, Exposed E, Infected I, and Recovered R
- Les règles d'évolution des patients sont données par des équations différentielles
- Les paramètres sont : la taille de la population initiale, le taux de contagion, la durée d'incubation, la durée d'infection et le nombre d'individus infectés au départ

Modèle SEIR

- 4 compartiments : Susceptible S, Exposed E, Infected I, and Recovered R
- Les règles d'évolution des patients sont données par des équations différentielles
- Les paramètres sont : la taille de la population initiale, le taux de contagion, la durée d'incubation, la durée d'infection et le nombre d'individus infectés au départ

- 1 Introduction au problème
- 2 Dimensionnement des ressources**
- 3 Les postes de travail
- 4 Les postes en astreinte
- 5 Les heures supplémentaires
- 6 Conclusions

Illustration du problème

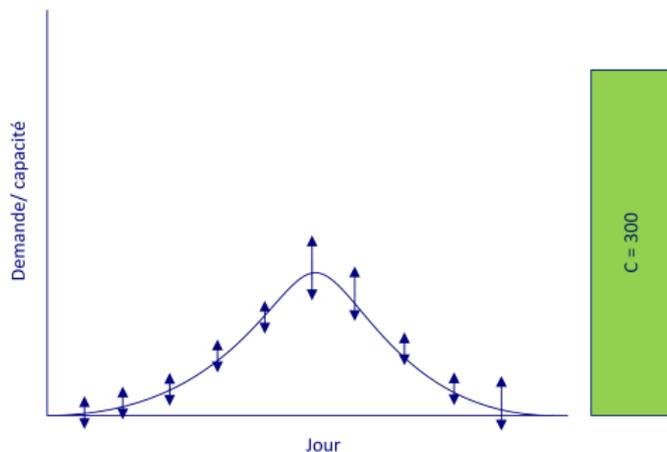


Figure : Exemple de représentation de la demande

- Il est difficile de prévoir l'intensité d'une épidémie (modèles de prévision, modèles épidémiologiques)
- Il est donc difficile de définir des niveaux adéquats de ressources (e.g lits, ressources humaines)

Illustration du problème

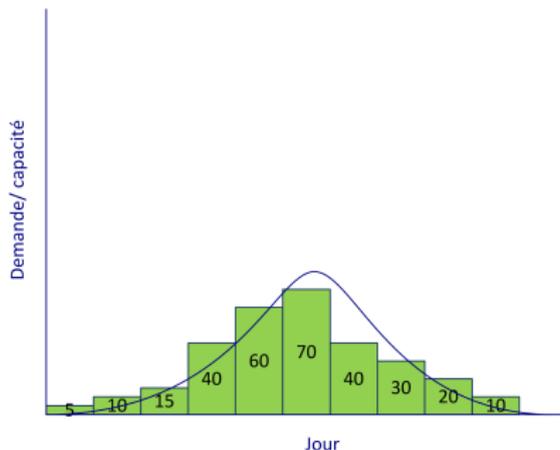


Figure : Exemple de répartition des ressources

- Il est difficile de prévoir l'intensité d'une épidémie (modèles de prévision, modèles épidémiologiques)
- Il est donc difficile de définir des niveaux adéquats de ressources (e.g lits, ressources humaines)

État de l'art

- Pour dimensionner une unité on ne peut pas se baser uniquement sur les moyennes des passages [?, ?]
- Les travaux sur le dimensionnement des ressources analysent pour la plupart le problème au jour le jour [?, ?]

État de l'art

- Pour dimensionner une unité on ne peut pas se baser uniquement sur les moyennes des passages [?, ?]
- Les travaux sur le dimensionnement des ressources analysent pour la plupart le problème au jour le jour [?, ?]

Modèle et hypothèses

Hypothèses:

- 1 La demande peut être représentée par des variables aléatoires
- 2 Les ressources de l'hôpital sont finies et doivent être déterminées à l'avance



Modèle et hypothèses

Hypothèses:

- 1 La demande peut être représentée par des variables aléatoires
- 2 Les ressources de l'hôpital sont finies et doivent être déterminées à l'avance

Objectif:

- 1 Répartir les ressources de façon optimale sur un horizon épidémique

Modèle et hypothèses

Hypothèses:

- 1 La demande peut être représentée par des variables aléatoires
- 2 Les ressources de l'hôpital sont finies et doivent être déterminées à l'avance

Objectif:

- 1 Répartir les ressources de façon optimale sur un horizon épidémique
- 2 Evaluer les risques d'un niveau de capacité donné



Modèle et hypothèses (suite)

Modèle Mathématique:

$$\min_{c_t} \sum_t \mathbb{E}[(d_t - c_t)^+]$$
$$\sum_t c_t = C$$

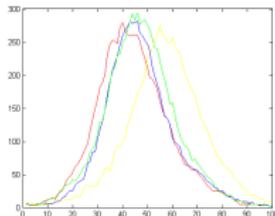
Modèle et hypothèses (suite)

Modèle Mathématique:

$$\min_{c_t} \sum_t \mathbb{E}[(d_t - c_t)^+]$$

$$\sum_t c_t = C$$

d_t : demande aléatoire (indépendantes)



Modèle et hypothèses (suite)

Modèle Mathématique:

$$\min_{c_t} \sum_t \mathbb{E}[(d_t - c_t)^+]$$
$$\sum_t c_t = C$$

c_t : capacité (variable de décision)

Modèle et hypothèses (suite)

Modèle Mathématique:

$$\min_{c_t} \sum_t \mathbb{E}[(d_t - c_t)^+]$$
$$\sum_t c_t = C$$

C : capacité globale

Conditions d'optimalité (KKT)

$$\nabla L(\mathbf{c}, \lambda) = \nabla \left(\sum_t \mathbb{E}[(d_t - c_t)^+] + \lambda \left(\sum_t c_t - C \right) \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L(\mathbf{c}, \lambda)}{\partial c_t} = \frac{\partial \mathbb{E}[(d_t - c_t)^+]}{\partial c_t} + \lambda = 0, \quad \forall t \quad (2)$$

$$\frac{\partial L(\mathbf{c}, \lambda)}{\partial \lambda} = \sum_t c_t - C = 0 \quad (3)$$

Conditions d'optimalité (KKT) (suite)

$$\frac{\partial L(\mathbf{c}, \lambda)}{\partial c_t} = \frac{\partial \mathbb{E}[(d_t - c_t)^+]}{\partial c_t} + \lambda = 0, \quad \forall t \quad (4)$$

$$\mathbb{E}[-\mathbf{I}(d_t - c_t \geq 0)] + \lambda = 0 \quad (5a)$$

$$- P(d_t \geq c_t) + \lambda = 0 \quad (5b)$$

$$- (1 - F_{d_t}(c_t)) + \lambda = 0 \quad (5c)$$

$$F_{d_t}(c_t^*) = 1 - \lambda^* = \alpha^* \quad (5d)$$

Avec $F_{d_t}(c_t) = P(d_t \leq c_t)$ la fonction de répartition pour c_t



Résultat

$$F_{d_t}(c_t^*) = 1 - \lambda^* = \alpha^*, \forall t \quad (6)$$

Condition nécessaire d'optimalité :

La probabilité de couvrir (toute) la demande sur une période est la même pour chaque période dans la solution optimale



Résultat

Représentation graphique de la solution optimale:

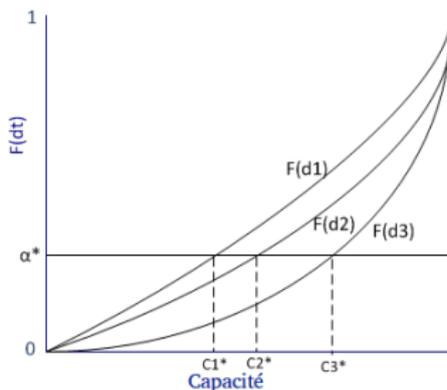


Figure : Illustration de la politique optimale de distribution des ressources.
 α : probabilité de couvrir toute la demande d'une journée

Résultat

- Est-ce une condition suffisante ?
- Montrons qu'une telle solution est unique ?
- On a besoin de supposer $F_{d_t}(c_t)$ strictement croissante.
 - Dans le contexte des urgences, l'hypothèse qu'aucune quantité de demande q est improbable ($P(d_t = q) = 0$) est valide sur un intervalle choisi.

L'unicité vient des équations :

$$F_{d_t}(c_t^*) = 1 - \lambda^* = \alpha^*, \forall t \quad (7)$$

$$\frac{\partial L(\mathbf{c}, \lambda)}{\partial \lambda} = \sum_t c_t - C = 0$$



Méthode générale de calcul

- Par dichotomie sur α
- Calcul des c_t correspondants
- Augmentation de α en fonction du signe de $C - \sum_t c_t$



Cas d'une loi normale

$$d_t \sim \mathcal{N}(\mu_t, \sigma_t) \quad (9)$$

$$\forall t, \frac{d_t - \mu_t}{\sigma_t} = \mathcal{N}(0, 1) = z \quad (10)$$

On a :

$$P(d_t \leq c_t^*) = \alpha^*, \forall t \quad (11)$$

D'où :

$$\alpha^* = P\left(\frac{d_t - \mu_t}{\sigma_t} \leq \frac{c_t^* - \mu_t}{\sigma_t}\right), \forall t \quad (12a)$$

$$\alpha^* = P\left(z \leq \frac{c_t^* - \mu_t}{\sigma_t}\right), \forall t \quad (12b)$$

$$\alpha^* = \Phi\left(\frac{c_t^* - \mu_t}{\sigma_t}\right), \forall t$$



Cas d'une loi normale (suite)

La fonction de répartition $\phi(\cdot)$ de $\mathcal{N}(0, 1)$ est strictement croissante ;
soit $g(\alpha)$ son inverse

$$\alpha^* = \phi\left(\frac{c_t^* - \mu_t}{\sigma_t}\right), \forall t \quad (13a)$$

$$g(\alpha^*) = \frac{c_t^* - \mu_t}{\sigma_t}, \forall t \quad (13b)$$

$$c_t^* = \mu_t + g(\alpha^*)\sigma_t, \forall t \quad (13c)$$

$$\sum_t c_t^* = \sum_t \mu_t + g(\alpha^*) \sum_t \sigma_t \quad (13d)$$

$$g(\alpha^*) = \frac{C - \sum_t \mu_t}{\sum_t \sigma_t}$$



Cas à capacité bornée par période

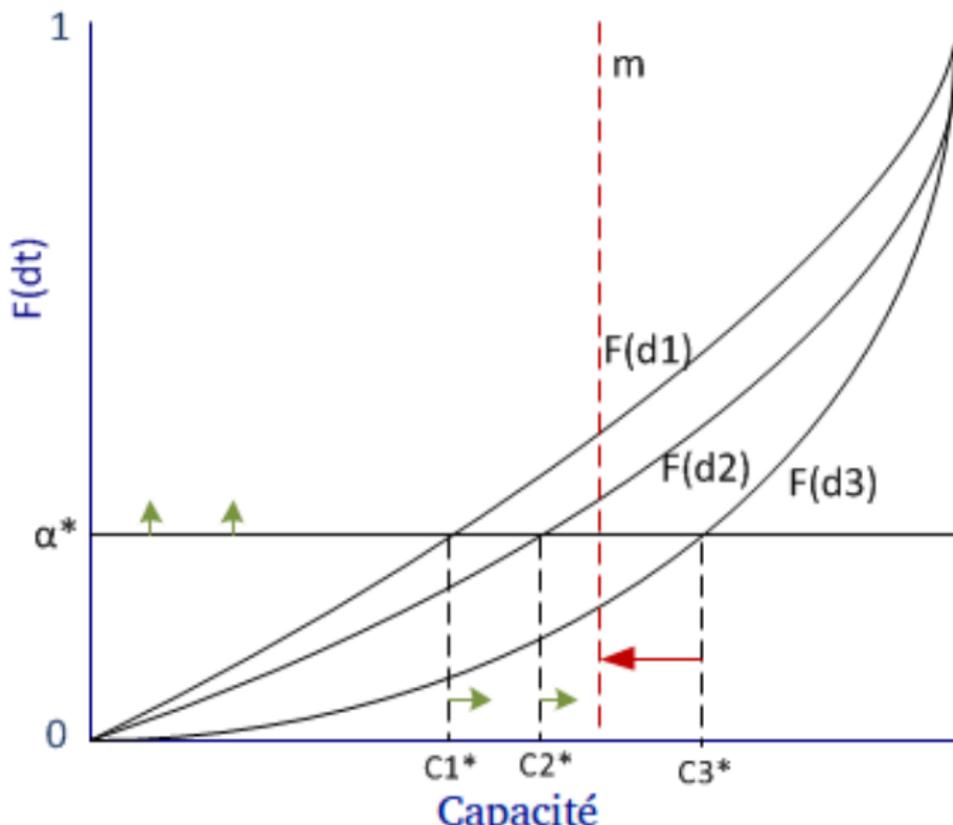
Contrainte par période:

$$\min_{c_t} \sum_t \mathbb{E}[(d_t - c_t)^+] \quad (14)$$

$$\sum_t c_t = C \quad (15)$$

$$c_t \leq m, \forall t \quad (16)$$

Graphiquement



Conditions d'optimalité

$$\nabla L(\mathbf{c}, \lambda, \gamma) = \nabla \left(\sum_t \mathbb{E}[(d_t - c_t)^+] + \lambda \left(\sum_t c_t - C \right) + \sum_t \gamma_t (c_t - m_t) \right) \quad (17a)$$

$$F_{d_t}(c_t) = 1 - \lambda + \gamma_t = 0, \quad \forall t \quad (18a)$$

$$\sum_t c_t = C \quad (18b)$$

$$\gamma_t (c_t - m_t) = 0, \quad \forall t \quad (18c)$$

$$\gamma_t \geq 0, \quad \forall t \quad (18d)$$



Conditions d'optimalité

- Considérons les deux ensembles :

$$\begin{cases} T_0 = \{t : c_t = m_t\} \\ T_1 = \{t : c_t < m_t\} \end{cases}$$

- Théorème : $\{t : c_t > m_t \text{ dans la solution optimale du problème non-constraint}\} \in T_0$

Résultats

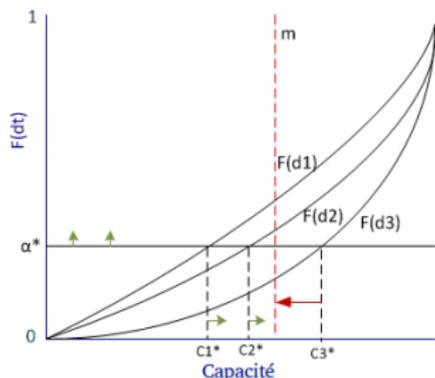


Figure : La solution optimale sans borne

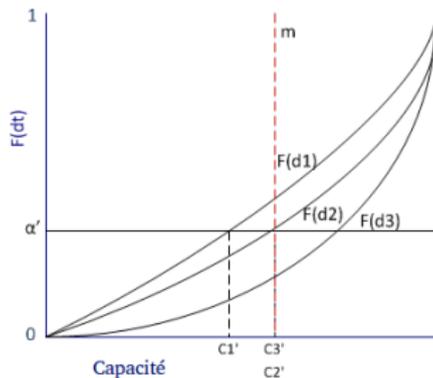


Figure : La solution optimale avec borne supérieure par période

Méthode générale de calcul

- 1 Résoudre le problème non-contraint sur T
- 2 $T = T \setminus T_0$
- 3 $C - \sum_{t \in T_0} m_t$
- 4 Boucler tant que $T_0 \neq \emptyset$

Minimisation de la plus grande espérance d'insatisfaction

$$\min_{c_t} \max_t \mathbb{E}[(d_t - c_t)^+] \quad (19)$$

$$\sum_t c_t \leq C \quad (20)$$

$$c_t \leq m_t, \forall t \quad (21)$$



Résultats

$$\forall t \in T \begin{cases} c_t = 0, & \text{if } \mathbb{E}[d_t] \leq E \\ \mathbb{E}[(d_t - c_t)^+] = E, & \text{otherwise} \end{cases}$$

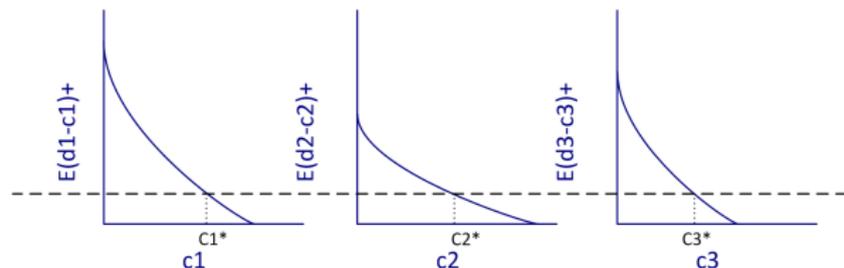


Figure : Exemple pour le problème d'affectation min max sur 3 périodes

Génération des données

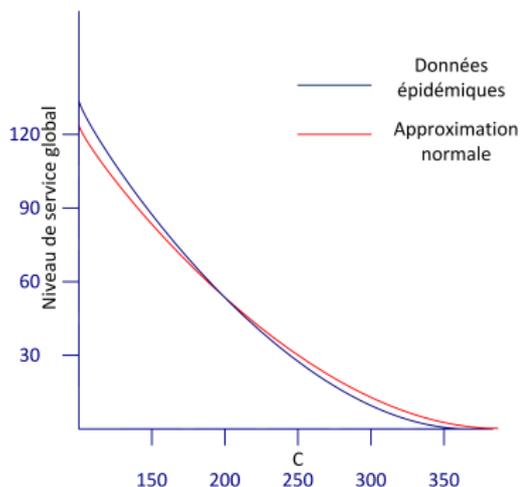
Les fonctions de répartition ne sont pas connues et sont estimées en simulant des épidémies

$ \xi $	0.4	0.6	0.8
10	$1,1 \pm 0,57$	$26,5 \pm 5,82$	$48,5 \pm 4,43$
50	$0,4 \pm 0,09$	$20,6 \pm 0,65$	$43,9 \pm 1,9$
100	$0,3 \pm 0,03$	$19,9 \pm 0,38$	$43,4 \pm 1,25$
150	$0,4 \pm 0,02$	$19,2 \pm 0,3$	$43,1 \pm 0,74$
200	$0,3 \pm 0,02$	$19,7 \pm 0,23$	$42,7 \pm 0,22$

Table : Influence du nombre d'échantillon $|\xi|$ sur la stabilité de la solution pour 3 scénarios épidémiques

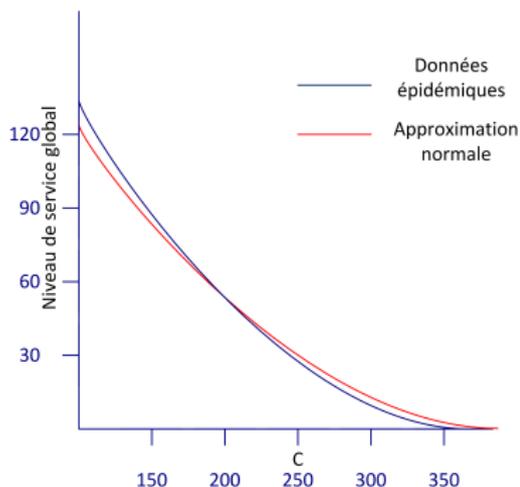
Intérêts de notre approche

- 1 Optimiser la répartition des ressources sur un horizon
- 2 Évaluer les risques de sous-dimensionnement pour un horizon court



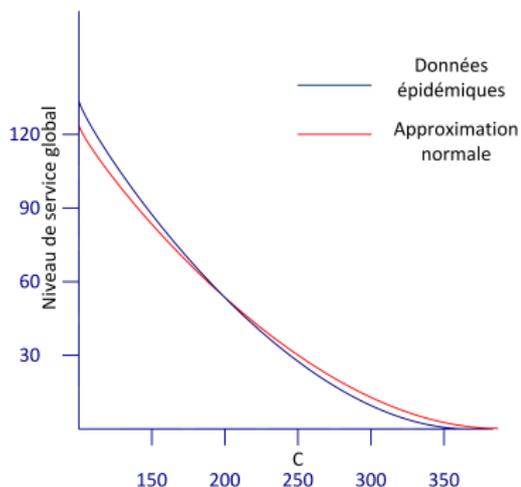
Intérêts de notre approche

- 1 Optimiser la répartition des ressources sur un horizon
- 2 Évaluer les risques de sous-dimensionnement pour un horizon court



Intérêts de notre approche

- 1 Optimiser la répartition des ressources sur un horizon
- 2 Évaluer les risques de sous-dimensionnement pour un horizon court



- 1 Introduction au problème
- 2 Dimensionnement des ressources
- 3 Les postes de travail**
- 4 Les postes en astreinte
- 5 Les heures supplémentaires
- 6 Conclusions

Omar, EL-Rifai, et al. "A stochastic optimization model for shift scheduling in emergency departments." *Health care management science* (2014): 1-14.

Illustration du problème (suite)

Cas d'un environnement de travail qui fonctionne de 08:00 à 21:00.

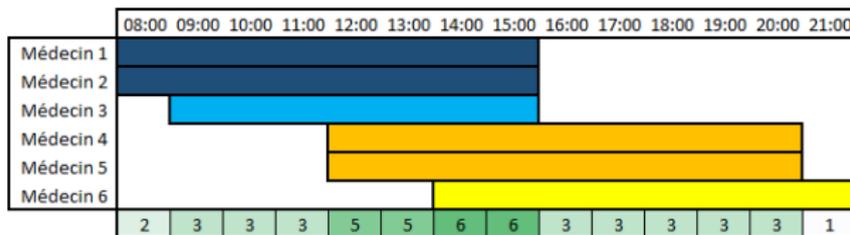
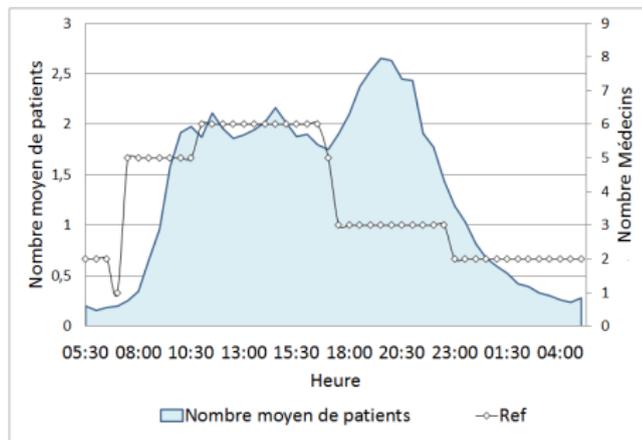


Illustration du problème

- Constat initial



- Emploi du temps fixe
- Relation temps d'attente / emploi du temps
- Comment réduire le temps d'attente

État de l'art

Le problème de planification des ressources peut être décomposé [?, ?]:

- 1 Définition des niveaux de ressources optimaux par période
- 2 Création de plannings avec postes de travail

Modèle et hypothèses

Le flux des patients:

Réseau de files d'attente.

Arrivé des patients:

Variable aléatoire de distribution Poisson.

Temps de service:

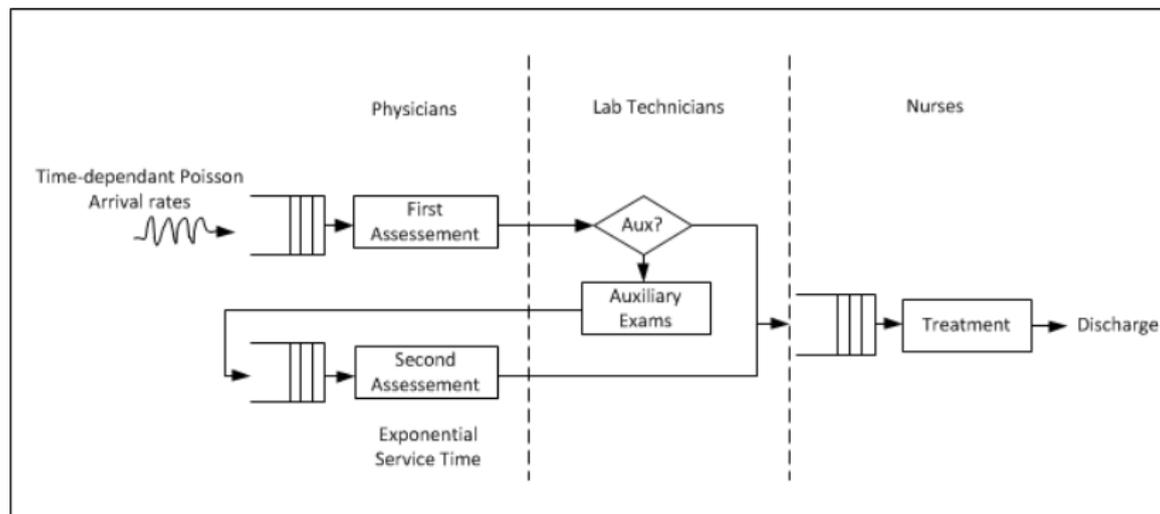
Variable aléatoire de distribution exponentielle.

Temps d'attente:

Temps total passé dans les files d'attente du réseau.



Modèle et hypothèses (suite)



Modèle et hypothèses (suite)

- Pas de résultats analytiques faciles à obtenir avec les modèles de files d'attente donc nous avons eu recours à la modélisation mathématique.
- L'objectif est de minimiser le temps d'attente des patients.

$$\min_{\omega \in \Omega} \tilde{\mathbb{E}} \left[\sum_t \sum_q (W_{t,q}(\omega) - O_{t,q}(\omega)) \right]$$

Modèle et hypothèses (suite)

- Pas de résultats analytiques faciles à obtenir avec les modèles de files d'attente donc nous avons eu recours à la modélisation mathématique.
- L'objectif est de minimiser le temps d'attente des patients.

$$\min_{\omega \in \Omega} \tilde{\mathbb{E}} \left[\sum_t \sum_q (W_{t,q}(\omega) - O_{t,q}(\omega)) \right]$$

$W_{t,q}$: patients en attente

Modèle et hypothèses (suite)

- Pas de résultats analytiques faciles à obtenir avec les modèles de files d'attente donc nous avons eu recours à la modélisation mathématique.
- L'objectif est de minimiser le temps d'attente des patients.

$$\min_{\omega \in \Omega} \tilde{\mathbb{E}} \left[\sum_t \sum_q (W_{t,q}(\omega) - O_{t,q}(\omega)) \right]$$

$O_{t,q}$: patients traités

Modèle et hypothèses (suite)

- Temps de service

$$O_t(\omega) \leq \sum_{n=1}^{N_1} L_{n,t}(\omega) * x_{n,t}(\omega) \quad \forall t \quad (22)$$

- $L_{n,t}(\omega)$ = somme des temps de consultation (sur une loi exponentielle) pour n ressources à la période t

Outil de modélisation: Programme linéaire en nombres entiers *stochastique* traitant un système simplifié. Résolution avec une méthode d'échantillonnage

Validation du Modèle: Simulation à événements discrets pour évaluer les solutions sur un modèle plus proche de la réalité (trajectoire des patients, tâches affectées à chaque étape, priorité des patients)

Expérimentations

Parameter	Definition	Value
L	Length of scheduling horizon	24 hours
Δ	Length of period in the scheduling horizon	30 mins
Λ	Mean number of patients entering the system in one day	65(week), 66(we)
$\frac{1}{\mu}$	Mean service time per period	30 mins
σ	Number of scenarios used in the optimization	100
τ	The time limit set for the optimization model	4 hours

Table : Parameters of the system and of the optimization algorithm

Expérimentations

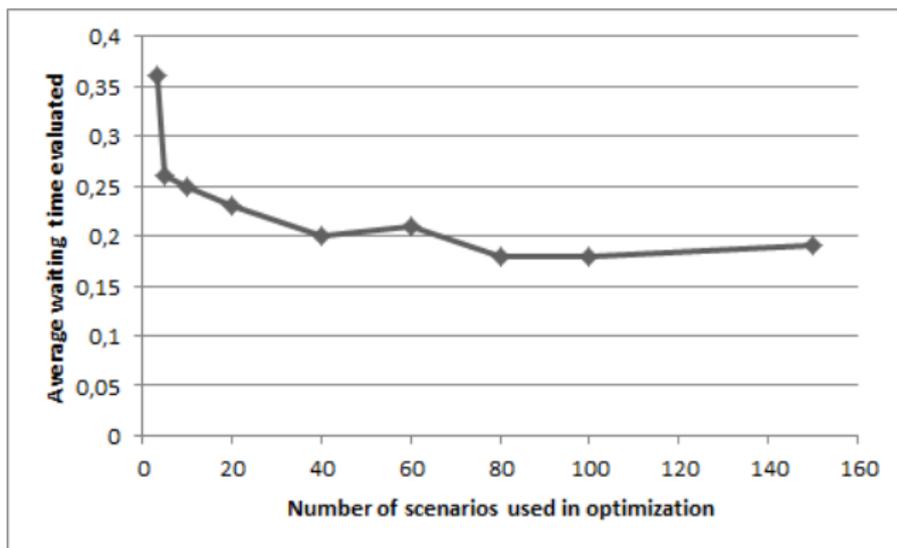


Figure : The evolution of waiting time with the number of scenarios used in the optimization model

Expérimentations

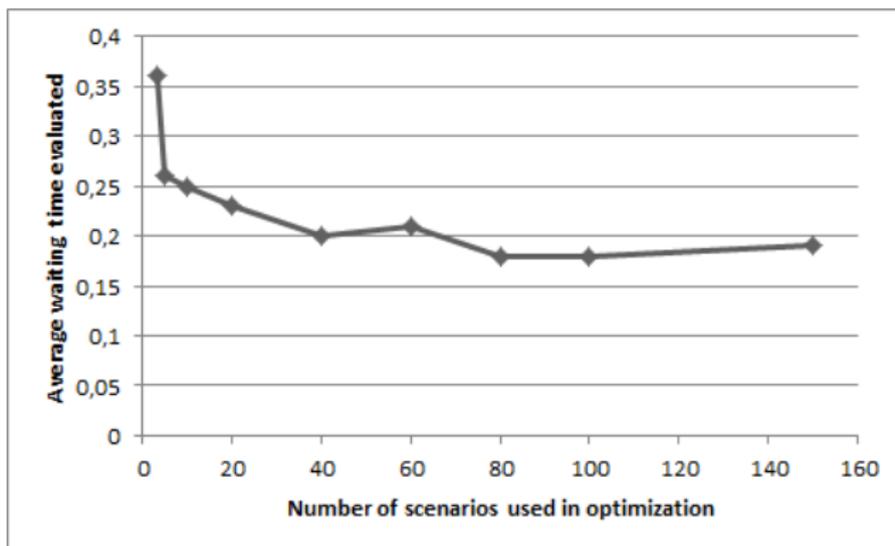


Figure : The evolution of waiting time with the number of scenarios used in the optimization model

Expérimentations

Shifts	Wait	Q_{phys}	Q_{phys} max	Q_{nurs}	Q_{nurs} max
ref	$88,59 \pm 4,7$	$62,59 \pm 3,63$	$871,71 \pm 45,88$	$25,99 \pm 1,92$	$430,6 \pm 30,93$
4-12hrs (1)	$38,52 \pm 2,96$	$24 \pm 2,4$	$652,18 \pm 45,73$	$14,53 \pm 1,07$	$367,98 \pm 32,31$
(2)	$37,53 \pm 2,84$	$22,7 \pm 2,36$	$635,05 \pm 46,81$	$14,83 \pm 1,21$	$379,98 \pm 34,39$
(3)	$38,48 \pm 2,52$	$24,53 \pm 2,27$	$654,31 \pm 38,59$	$13,96 \pm 0,97$	$384,82 \pm 35,06$

Table : Simulation results for schedules spanning an entire week

Shifts	Wait	Q_{phys}	Q_{phys} max	Q_{nurs}	Q_{nurs} max
ref	$140,58 \pm 6,63$	$102,25 \pm 5,09$	$1087,38 \pm 42,46$	$38,33 \pm 2,52$	$561,25 \pm 43,66$
4-12hrs(1)	$69,31 \pm 4,59$	$46,13 \pm 3,74$	$941,59 \pm 56,66$	$23,18 \pm 1,9$	$504,82 \pm 36,2$
(2)	$70,46 \pm 4,61$	$43,86 \pm 3,72$	$941,56 \pm 49,76$	$26,6 \pm 2,05$	$573,99 \pm 38,44$
(3)	$71,09 \pm 4,06$	$46,73 \pm 3,32$	$974,81 \pm 51,18$	$24,36 \pm 2,12$	$508,22 \pm 43,41$

Table : Simulation results for schedules spanning an entire week during an epidemic period ϵ

Résultats numériques

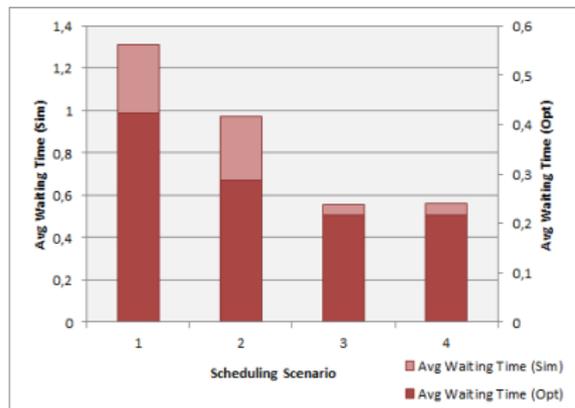
Validation du modèle:

Évaluation de robustesse:

Résultats numériques

Validation du modèle: Comparer les résultats de simulation et d'optimisation.

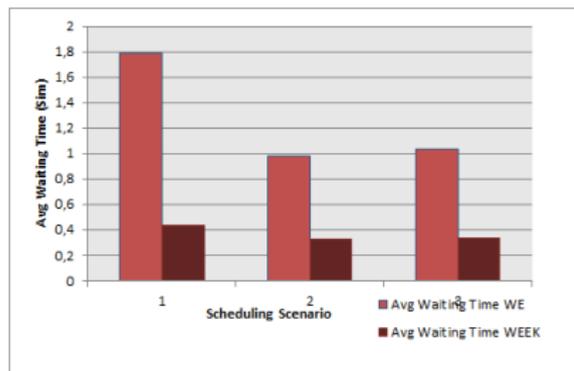
Évaluation de robustesse:



Résultats numériques

Validation du modèle:

Évaluation de robustesse: Évaluer le temps d'attente des patients en changeant les paramètres du modèle de simulation (nombre d'arrivées supérieur).

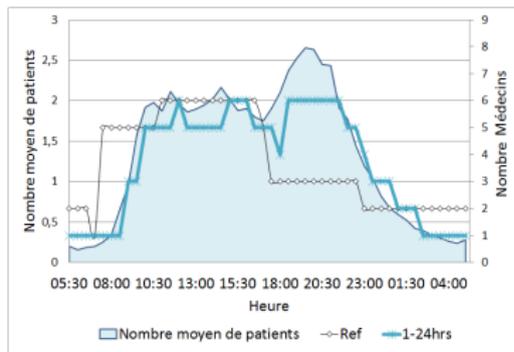


Réponses aux questions posées

- 1 En modifiant uniquement les heures de début des postes, le temps d'attente des patients peut être réduit de 20%
- 2 Un outil de planification des ressources "intelligent" est proposé

Réponses aux questions posées

- 1 En modifiant uniquement les heures de début des postes, le temps d'attente des patients peut être réduit de 20%
- 2 Un outil de planification des ressources "intelligent" est proposé



- 1 Introduction au problème
- 2 Dimensionnement des ressources
- 3 Les postes de travail
- 4 Les postes en astreinte
- 5 Les heures supplémentaires
- 6 Conclusions

El-Rifai, Omar, Thierry Garaix, and Xiaolan Xie. "Proactive on-call scheduling during a seasonal epidemic." *Operations Research for Health Care* (2015)



Illustration du problème

	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Médecin 1	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue	Yellow	Yellow	Yellow	Grey	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue	Yellow	Yellow	Yellow	Grey
Médecin 2	Dark Blue	Yellow	Yellow	Dark Blue	Yellow	Yellow								
Médecin 3	Dark Blue	Yellow	Yellow	Dark Blue	Yellow	Yellow								
Médecin 4	Yellow	Grey	Grey	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue	Yellow	Grey	Grey	Dark Blue	Dark Blue	Dark Blue	Yellow
Médecin 5	Light Blue	Yellow	Yellow	Light Blue	Yellow	Yellow								
Médecin 6	Grey	Light Blue	Light Blue	Light Blue	Light Blue	Grey	Yellow	Grey	Light Blue	Light Blue	Light Blue	Light Blue	Yellow	Yellow

 repos

Illustration du problème

	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Médecin 1														
Médecin 2									astreinte					
Médecin 3						astreinte								
Médecin 4					astreinte									
Médecin 5				astreinte			astreinte							
Médecin 6							astreinte							

 repos

Quelques Enjeux

- Est-ce que les astreintes permettent de mieux répondre à l'augmentation de la demande ?
- Astreintes = plus d'heures de travail ?
- Comment gérer les astreintes ?

Méthode

Optimisation stochastique: Problème d'optimisation à deux niveaux de décision.

Première phase: Déterminer la répartition des postes (fixes et astreintes) des médecins sur tout l'horizon de planification.

Deuxième phase: Déterminer pour chaque réalisation ξ , si appeler ou pas un médecin.



Modèle Mathématique

Parameter	Description
T	Length of the planning period, indexed by t
N	Total number of physicians, indexed by n
M	Minimum number of physicians on duty by period
b_t	Number of physicians needed in period t
c	Cost to put an employee on duty by period
w	Cost to put an employee on-call by period
d	Cost to call in an on-call personnel
W_n	Minimal number of duty periods of a physician n
O_n	Maximal number of on-call periods of n
H_n	Maximal number of night shifts allowed for resource n
α	Shortage cost coefficient

Table : Parameters of the model.

Modèle Mathématique

Variable	Description
x_{nt}	= 1 if physician n is on duty in period t
y_{nt}	= 1 if physician n is on-call in period t
$y'_{nt}(\xi)$	= 1 if physician n is called in period t
U_{nt}	= 1 if physician n works at least one period during the three periods following t
$l_t(\xi)$	Physician shortage in period t

Table : Variables of the model

Modèle Mathématique

Fonction objectif:

$$\min \sum_t \sum_n (c * x_{nt} + w * y_{nt}) + \mathbb{E}[Q(x, y, \xi)]$$

Modèle Mathématique

Fonction objectif:

$$\min \sum_t \sum_n (c * x_{nt} + w * y_{nt}) + \mathbb{E}[Q(x, y, \xi)]$$

x_{nt} : Affectation d'un poste fixe au médecin n

Modèle Mathématique

Fonction objectif:

$$\min \sum_t \sum_n (c * x_{nt} + w * y_{nt}) + \mathbb{E}[Q(x, y, \xi)]$$

y_{nt} : Affectation d'un poste en astreinte au médecin n

Modèle Mathématique

Fonction objectif:

$$\min \sum_t \sum_n (c * x_{nt} + w * y_{nt}) + \mathbb{E}[Q(x, y, \xi)]$$

$Q(x, y, \xi)$: problème de deuxième phase

Modèle Mathématique

Fonction objectif:

$$\min \sum_t \sum_n (c * x_{nt} + w * y_{nt}) + \mathbb{E}[Q(x, y, \xi)]$$

$$Q(x, y, \xi) = \min \sum_t \sum_n d * y'_{nt}(\xi) + \alpha * l_t(\xi)$$

$y'_{nt}(\xi)$: Appel d'un médecin en astreinte

$l_t(\xi)$: Sous capacité

Les Contraintes

Contraintes liées aux code et contrat de travail:

- Nombre minimal de postes fixes par médecin
- Nombre maximal d'heures en astreintes par médecin
- Nombre maximal de postes de nuit par médecin
- Plages minimales de repos quotidiens et hebdomadaires

Contraintes Logiques



1 er niveau

$$\min \sum_t \sum_n (c * x_{nt} + w * y_{nt}) + \mathbb{E}[Q(x, y, \xi)] \quad (23)$$

Subject to:

$$W_n \leq \sum_t x_{nt} \quad \forall n \quad (24)$$

$$\sum_t y_{nt} \leq O_n \quad \forall n \quad (25)$$

$$\sum_{t \in \text{night}} (x_{nt} + y_{nt}) \leq H_n \quad \forall n \quad (26)$$

$$x_{nt+1} + y_{nt-1} + x_{n,t} + y_{n,t} \leq 1 \quad \forall n \quad \forall t \quad (27)$$

$$\sum_{t'=t}^{\min(t+2, T)} (x_{nt'} + y_{nt'}) \leq 3U_{nt} \quad \forall n \quad \forall t \quad (28)$$

$$\sum_{t'=t}^{\min(t+11, T)} U_{nt'} \leq 11 \quad \forall n \quad \forall t \quad (29)$$

$$\sum_n x_{nt} \geq M \quad \forall t \quad (30)$$

$$U_{nt}, x_{nt}, y_{nt} \in \{0, 1\} \quad \forall n, \quad \forall t \quad (31)$$



2 ème niveau

$$Q(x, y, \xi) = \min \sum_t d * Y'_t(\xi) + \alpha l_t(\xi) \quad (32)$$

$$\sum_n y_{nt} \geq Y'_t(\xi) \quad \forall t \quad \forall n \quad (33)$$

$$b_t(\xi) - Y'_t(\xi) - \sum_n x_{nt} \leq l_t(\xi) \quad \forall t \quad (34)$$

$$l_t(\xi) \geq 0 \quad \forall t \quad (35)$$

Hypothèses

- On peut déduire l_t le besoin en médecins à partir prévisions de la demande
- La nuit l'activité de la journée est absorbée

Remarques

- Seulement deux cas sont possible au deuxième niveau

$$\begin{cases} Q(x, y, \xi) = \alpha l_t(\xi) & \text{if } d > \alpha \\ Q(x, y, \xi) = \alpha l_t(\xi) + dY'_t(\xi) & \text{if } d \leq \alpha \end{cases} \quad (36)$$

- Si $d \leq \alpha$ les décisions optimales sont $Y'_t = \min(b_t(\xi), \sum_n y_{nt})$ et 0 sinon
- Les décisions sont indépendantes des futures réalisations et les contraintes de non-anticipation sont superflues

Plan d'expérience

- 1 Trois types de scénarios épidémiques (faible, moyen, grave)
- 2 Analyse de sensibilité sur les différentes coûts

Résultats

- Quand il est impératif de couvrir la demande, l'utilisation des astreintes peut engendrer **30% d'heures effectives en moins** pour des plannings qui sont **10% moins chers**.
- Les postes en astreinte sont une **alternative** qui pourrait être **utilisée pendant les épidémies hivernales** pour avoir un service plus flexible sans surcharger le personnel médical.



- 1 Introduction au problème
- 2 Dimensionnement des ressources
- 3 Les postes de travail
- 4 Les postes en astreinte
- 5 Les heures supplémentaires
- 6 Conclusions

Illustration du problème

- Les médecins restent en heures supplémentaires
- Le nombre d'heures supplémentaires au cours d'une semaine est limité
- L'affectation des heures supplémentaire se fait au jour le jour
- Les travaux qui étudient les heures supplémentaires ne le font pas de façon dynamique [?]
- **Optimisation dynamique d'une politique d'affectation d'heures supplémentaires**

Illustration du problème

- Les médecins restent en heures supplémentaires
- Le nombre d'heures supplémentaires au cours d'une semaine est limité
- L'affectation des heures supplémentaire se fait au jour le jour
- Les travaux qui étudient les heures supplémentaires ne le font pas de façon dynamique [?]
- **Optimisation dynamique d'une politique d'affectation d'heures supplémentaires**



Illustration du problème

- Les médecins restent en heures supplémentaires
- Le nombre d'heures supplémentaires au cours d'une semaine est limité
- L'affectation des heures supplémentaire se fait au jour le jour
- Les travaux qui étudient les heures supplémentaires ne le font pas de façon dynamique [?]
- **Optimisation dynamique d'une politique d'affectation d'heures supplémentaires**



Illustration du problème

- Les médecins restent en heures supplémentaires
- Le nombre d'heures supplémentaires au cours d'une semaine est limité
- L'affectation des heures supplémentaire se fait au jour le jour
- Les travaux qui étudient les heures supplémentaires ne le font pas de façon dynamique [?]
- **Optimisation dynamique d'une politique d'affectation d'heures supplémentaires**

Illustration du problème

- Les médecins restent en heures supplémentaires
- Le nombre d'heures supplémentaires au cours d'une semaine est limité
- L'affectation des heures supplémentaire se fait au jour le jour
- Les travaux qui étudient les heures supplémentaires ne le font pas de façon dynamique [?]
- **Optimisation dynamique d'une politique d'affectation d'heures supplémentaires**

Illustration du problème (suite)

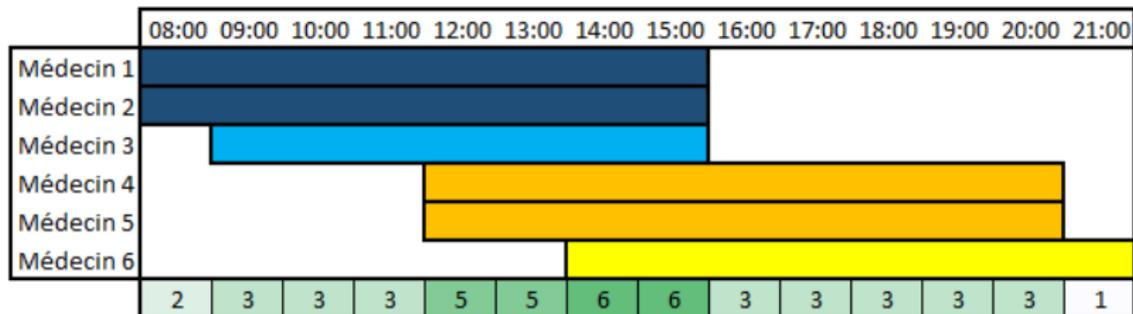
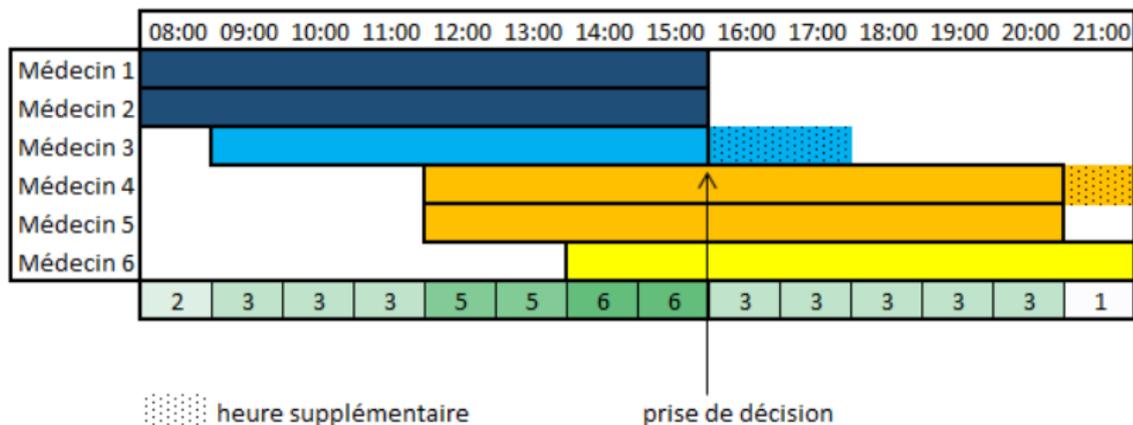


Illustration du problème (suite)



Représentation de la demande

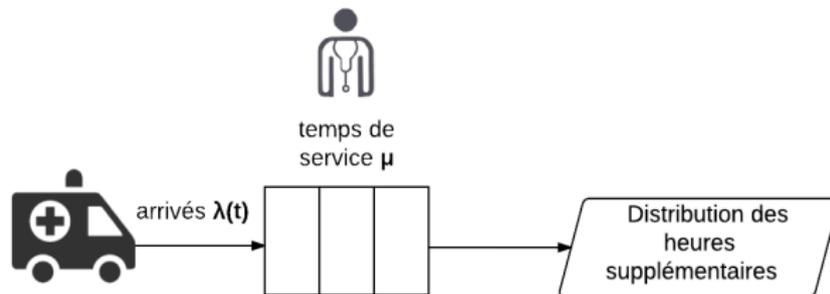


Figure : Représentation en file d'attente des soins administrés par les médecins

Modèle et hypothèses

Etat du système: $s_t = \{W_t, h_{i,t}\}$

Avec W_t comme la charge de travail en excès à la période t et $h_{i,t}$ le nombre d'heures encore disponibles pour le médecin i

Modèle et hypothèses

Etat du système: $s_t = \{W_t, h_{i,t}\}$

Avec W_t comme la charge de travail en excès à la période t et $h_{i,t}$ le nombre d'heures encore disponibles pour le médecin i

$$V(s_t) = \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{A}(s_t)} C(s_t, \mathbf{x}) + \mathbb{E}[V(f(s_t, \mathbf{x}))]$$

Modèle et hypothèses

Etat du système: $s_t = \{W_t, h_{i,t}\}$

Avec W_t comme la charge de travail en excès à la période t et $h_{i,t}$ le nombre d'heures encore disponibles pour le médecin i

$$V(s_t) = \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{A}(s_t)} C(s_t, \mathbf{x}) + \mathbb{E}[V(f(s_t, \mathbf{x}))]$$

Coût marginal



Modèle et hypothèses

Etat du système: $s_t = \{W_t, h_{i,t}\}$

Avec W_t comme la charge de travail en excès à la période t et $h_{i,t}$ le nombre d'heures encore disponibles pour le médecin i

$$V(s_t) = \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{A}(s_t)} C(s_t, \mathbf{x}) + \mathbb{E}[V(f(s_t, \mathbf{x}))]$$

Coût futur



Modèle et hypothèses

Etat du système: $s_t = \{W_t, h_{i,t}\}$

Avec W_t comme la charge de travail en excès à la période t et $h_{i,t}$ le nombre d'heures encore disponibles pour le médecin i

$$V(s_t) = \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{A}(s_t)} C(s_t, \mathbf{x}) + \mathbb{E}[V(f(s_t, \mathbf{x}))]$$

Problème: explosion combinatoire (e.g: 6 médecins, 10 heures supplémentaires par médecin, 10 niveaux de demande différents, 10000000 états)



Approximations

Borne supérieure:

Borne inférieure:

Approximation dynamique:

Heuristique:



Approximations

Borne supérieure: Une solution “moyenne” est trouvée pour tous les scénarios

Borne inférieure:

Approximation dynamique:

Heuristique:



Approximations

Borne supérieure:

Borne inférieure: Une solution est trouvée pour chaque scénario
d'épidémie

Approximation dynamique:

Heuristique:



Approximations

Borne supérieure:

Borne inférieure:

Approximation dynamique: Utiliser la borne supérieure de manière itérative pour simuler le déroulement d'une épidémie

Heuristique:



Approximations

Borne supérieure:

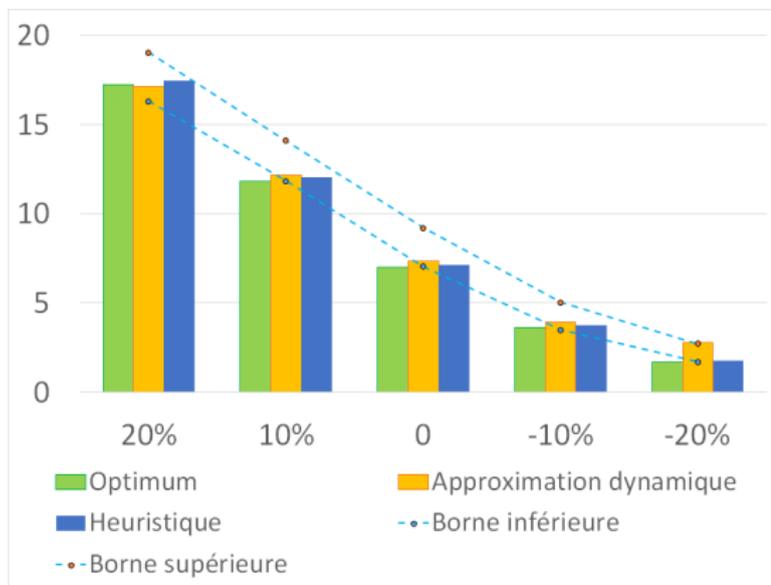
Borne inférieure:

Approximation dynamique:

Heuristique: Affecter les heures supplémentaires au médecin à qui il en reste le plus à faire



Résultats Numériques



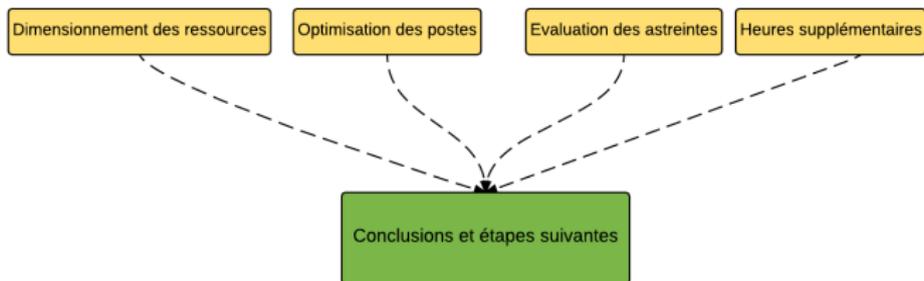
Résultats

- Nous avons proposé un modèle de Markov ainsi que plusieurs approximations pour paver le chemin vers des modèles plus complexes
- Des heuristiques simples d'affectation d'heures supplémentaires peuvent produire des résultats efficaces si le planning des médecins est régulier.

Résultats

- Nous avons proposé un modèle de Markov ainsi que plusieurs approximations pour paver le chemin vers des modèles plus complexes
- Des heuristiques simples d'affectation d'heures supplémentaires peuvent produire des résultats efficaces si le planning des médecins est régulier.





Synthèse

Par rapport à la littérature existante:

- Nous avons posé le problème dans un contexte épidémique
- Nous considérons des solutions de crises réalistes (poste en astreinte, heures supplémentaires)
- Nous représentons la demande en utilisant des modèles épidémiques (lien entre épidémie et demande aux urgences)
- Des modèles rigoureux mathématiquement
- Les plans d'expérience ont été pensés dans un but pratique et lancés avec des données réelle.



Travail Complémentaire

- 1 Pousser d'avantage l'analyse:
 - 1 Utiliser un modèle de simulation pour intégrer nos solutions
 - 2 Calibrer les modèles pour répondre à un service spécifique
 - 3 Pour le problème des heures supplémentaires, étudier les interactions avec les autre ressources
- 2 Penser au-delà de l'optimisation (conscientiser la population par rapport au rôle des urgences, garder en tête l'aspect humain)

Travail Complémentaire

- 1 Pousser d'avantage l'analyse:
 - 1 Utiliser un modèle de simulation pour intégrer nos solutions
 - 2 Calibrer les modèles pour répondre à un service spécifique
 - 3 Pour le problème des heures supplémentaires, étudier les interactions avec les autre ressources
- 2 Penser au-delà de l'optimisation (conscientiser la population par rapport au rôle des urgences, garder en tête l'aspect humain)

Travail Complémentaire

- 1 Pousser d'avantage l'analyse:
 - 1 Utiliser un modèle de simulation pour intégrer nos solutions
 - 2 Calibrer les modèles pour répondre à un service spécifique
 - 3 Pour le problème des heures supplémentaires, étudier les interactions avec les autre ressources
- 2 Penser au-delà de l'optimisation (conscientiser la population par rapport au rôle des urgences, garder en tête l'aspect humain)

Travail Complémentaire

- 1 Pousser d'avantage l'analyse:
 - 1 Utiliser un modèle de simulation pour intégrer nos solutions
 - 2 Calibrer les modèles pour répondre à un service spécifique
 - 3 Pour le problème des heures supplémentaires, étudier les interactions avec les autre ressources
- 2 Penser au-delà de l'optimisation (conscientiser la population par rapport au rôle des urgences, garder en tête l'aspect humain)



Travail Complémentaire

- 1 Pousser d'avantage l'analyse:
 - 1 Utiliser un modèle de simulation pour intégrer nos solutions
 - 2 Calibrer les modèles pour répondre à un service spécifique
 - 3 Pour le problème des heures supplémentaires, étudier les interactions avec les autre ressources
- 2 Penser au-delà de l'optimisation (conscientiser la population par rapport au rôle des urgences, garder en tête l'aspect humain)

“Quand on sait combien peu on sait, on a peut-être encore une chance de s'en sortir.”

— Robert Walser, Les enfants Tanner

-  Brandeau, M. L., Sainfort, F., and Pierskalla, W. P. (2004). *Operations research and health care: a handbook of methods and applications*, volume 70. Springer.
-  Brunner, J. O. and Edenharter, G. M. (2011). Long term staff scheduling of physicians with different experience levels in hospitals using column generation. *Health care management science*, 14(2):189–202.
-  Green, L. and Soares, J. a. (2006). Using queueing theory to increase the effectiveness of emergency department provider staffing. *Academic Emergency Medicine*, 13(1):61–68.
-  Harper, P. R. and Shahani, A. (2002). Modelling for the planning and management of bed capacities in hospitals.

Journal of the Operational Research Society, pages 11–18.



Ingolfsson, A., Amanul Haque, M., and Umnikov, A. (2002).
Accounting for time-varying queueing effects in workforce
scheduling.

European Journal of Operational Research, 139(3):585–597.



Izady, N. and Worthington, D. (2012).

Setting staffing requirements for time dependent queueing
networks: The case of accident and emergency departments.

European Journal of Operational Research, 219(3):531–540.



Stolletz, R. and Brunner, J. O. (2012).

Fair optimization of fortnightly physician schedules with flexible
shifts.

European Journal of Operational Research, 219(3):622–629

