



L'équité dans les problèmes de décision collective

Sylvain Bouveret

LIG – Univ. Grenoble-Alpes

Journée Éthique et RO

Université Paris Dauphine, 26 novembre 2021



Décision collective et choix social

Revenons aux fondamentaux... Qu'est-ce qu'un problème de décision collective ?



Décision collective et choix social

Revenons aux fondamentaux... Qu'est-ce qu'un problème de décision collective ?

-
- Un ensemble d'**options** \mathcal{O}
-



Décision collective et choix social

Revenons aux fondamentaux... Qu'est-ce qu'un problème de décision collective ?

-
- Un ensemble d'**options** \mathcal{O}
 - Un ensemble d'**agents** $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_n\} \dots$
-



Décision collective et choix social

Revenons aux fondamentaux... Qu'est-ce qu'un problème de décision collective ?

-
- Un ensemble d'**options** \mathcal{O}
 - Un ensemble d'**agents** $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_n\}$...
 - ...Exprimant des **opinions** sur les options.
-



Décision collective et choix social

Revenons aux fondamentaux... Qu'est-ce qu'un problème de décision collective ?

-
- Un ensemble d'**options** \mathcal{O}
 - Un ensemble d'**agents** $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_n\}$...
 - ...Exprimant des **opinions** sur les options.
-



Opinion collective, choix d'une option...



Éthique \approx équité

- **Éthique** = ce qui est conforme à la morale



Éthique \approx équité

- **Éthique** = ce qui est conforme à la morale
- Différents types de morale : déontologique, conséquentialiste, arétaïque, axiologique...



Éthique \approx équité

- **Éthique** = ce qui est conforme à la morale
- Différents types de morale : déontologique, conséquentialiste, arétaïque, axiologique...
- Dans les problèmes de décision collective...



Éthique \approx équité

- **Éthique** = ce qui est conforme à la morale
- Différents types de morale : déontologique, conséquentialiste, arétaïque, axiologique...
- Dans les problèmes de décision collective...
É-T-H-I-Q-U-E



Éthique \approx équité

- **Éthique** = ce qui est conforme à la morale
- Différents types de morale : déontologique, conséquentialiste, arétaïque, axiologique...
- Dans les problèmes de décision collective...
É-T-H-I-Q-U-E
É-Q-U-I-T-É (H)



Éthique \approx équité

- **Éthique** = ce qui est conforme à la morale
- Différents types de morale : déontologique, conséquentialiste, arétaïque, axiologique...
- Dans les problèmes de décision collective...
É-T-H-I-Q-U-E
É-Q-U-I-T-É (H)
- **Équité** = « Qualité consistant à attribuer à chacun ce qui lui est dû par référence aux principes de la justice naturelle » (Larousse)



Éthique \approx équité

- **Éthique** = ce qui est conforme à la morale
- Différents types de morale : déontologique, conséquentialiste, arétaïque, axiologique...
- Dans les problèmes de décision collective...
É-T-H-I-Q-U-E
É-Q-U-I-T-É (H)
- **Équité** = « Qualité consistant à attribuer à chacun ce qui lui est dû par référence aux principes de la justice naturelle » (Larousse)
- Synonyme : justice (*fairness*)



Éthique \approx équité

- **Éthique** = ce qui est conforme à la morale
- Différents types de morale : déontologique, conséquentialiste, arétaïque, axiologique...
- Dans les problèmes de décision collective...
É-T-H-I-Q-U-E
É-Q-U-I-T-É (H)
- **Équité** = « Qualité consistant à attribuer à chacun ce qui lui est dû par référence aux principes de la justice naturelle » (Larousse)
- Synonyme : justice (*fairness*)

Équité

Les égaux doivent être traités de manière égale, les inégaux de manière inégale, en proportion de leurs similitudes et différences pertinentes
(Aristote, Éthique à Nicomaque, cité par [Moulin, 2003])



Mathématiquement ?

- Un ensemble d'**agents** $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_n\} \dots$
- ...Devant être traités de manière équitable



Mathématiquement ?

- Un ensemble d'**agents** $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_n\}$...
- ...Devant être traités de manière équitable

*Les égaux doivent être traités de manière égale, les inégaux de manière inégale, en proportion de leurs similitudes et différences **pertinentes***



Mathématiquement ?

- Un ensemble d'**agents** $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_n\}$...
- ...Devant être traités de manière équitable

*Les égaux doivent être traités de manière égale, les inégaux de manière inégale, en proportion de leurs similitudes et différences **pertinentes***

- Chaque individu a_i est caractérisé par un ensemble d'attributs $att(a_i)$ (exemples : NSS, genre, religion, **opinion sur les options...**)



Mathématiquement ?

- Un ensemble d'**agents** $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_n\}$...
- ...Devant être traités de manière équitable

*Les égaux doivent être traités de manière égale, les inégaux de manière inégale, en proportion de leurs similitudes et différences **pertinentes***

- Chaque individu a_i est caractérisé par un ensemble d'attributs $att(a_i)$ (exemples : NSS, genre, religion, **opinion sur les options...**)
- $att(a_i) = ap(a_i) \cup anp(a_i)$ (avec $ap(a_i) \cap anp(a_i) = \emptyset$)



Mathématiquement ?

- Un ensemble d'**agents** $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_n\}$...
- ...Devant être traités de manière équitable

*Les égaux doivent être traités de manière égale, les inégaux de manière inégale, en proportion de leurs similitudes et différences **pertinentes***

- Chaque individu a_i est caractérisé par un ensemble d'attributs $att(a_i)$ (exemples : NSS, genre, religion, **opinion sur les options...**)
- $att(a_i) = ap(a_i) \cup anp(a_i)$ (avec $ap(a_i) \cap anp(a_i) = \emptyset$)
 - $ap(a_i)$: attributs **pertinents**



Mathématiquement ?

- Un ensemble d'**agents** $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_n\}$...
- ...Devant être traités de manière équitable

*Les égaux doivent être traités de manière égale, les inégaux de manière inégale, en proportion de leurs similitudes et différences **pertinentes***

- Chaque individu a_i est caractérisé par un ensemble d'attributs $att(a_i)$ (exemples : NSS, genre, religion, **opinion sur les options...**)
- $att(a_i) = ap(a_i) \cup anp(a_i)$ (avec $ap(a_i) \cap anp(a_i) = \emptyset$)
 - $ap(a_i)$: attributs **pertinents**
 - $anp(a_i)$: attributs **non pertinents**



Principe minimal d'équité

Principe minimal d'équité

Soit F une procédure de décision collective, \mathcal{O} un ensemble d'options et \mathcal{A} un ensemble d'agents.

Soit \mathcal{A}' un ensemble d'agents tel que $ap(a'_i) = ap(a_i)$.

Alors F est équitable ssi $F(\mathcal{O}, \mathcal{A}) = F(\mathcal{O}, \mathcal{A}')$.



Principe minimal d'équité

Principe minimal d'équité

Soit F une procédure de décision collective, \mathcal{O} un ensemble d'options et \mathcal{A} un ensemble d'agents.

Soit \mathcal{A}' un ensemble d'agents tel que $ap(a'_i) = ap(a_i)$.

Alors F est équitable ssi $F(\mathcal{O}, \mathcal{A}) = F(\mathcal{O}, \mathcal{A}')$.

Nous allons maintenant voir comment cela se traduit selon les problèmes de décision collective.



Menu du jour

1 | **Éthique de la décision collective**

2 | **Vote**

Le problème de vote

Propriétés basiques

Accessibilité

3 | **Partage**

Partage continu vs discret

Équité dans le partage

Utilitarisme

Équilibre compétitif

4 | **Le vote de comité**

Définition du problème

5 | **Conclusion**



Le vote

Problème n°1 : le vote



Le vote

Problème n°1 : le vote



Source :

© Capture d'écran de la chaîne YouTube de McFly et Carlito



Le vote

Problème n°1 : le vote

Nous devons élire un représentant parmi un ensemble de m candidats sur lesquels n électeurs ont diverses préférences.



Le vote

Problème n°1 : le vote

Nous devons élire un représentant parmi un ensemble de m candidats sur lesquels n électeurs ont diverses préférences.

- Options : candidats (m)
- Agents : électeurs (n)
- Préférences : bulletins de vote



Anonymat et neutralité

Seul attribut pertinent : le **bulletin de vote**.



Anonymat et neutralité

Seul attribut pertinent : le **bulletin de vote**.

Anonymat

Une fonction de choix social f est **anonyme** ssi $f(P) = f(P')$, dès que P' est obtenu à partir de P en échangeant 2 électeurs.



Anonymat et neutralité

Seul attribut pertinent : le **bulletin de vote**.

Anonymat

Une fonction de choix social f est **anonyme** ssi $f(P) = f(P')$, dès que P' est obtenu à partir de P en échangeant 2 électeurs.

Neutralité

Une fonction de choix social f est **neutre** ssi si P' est obtenu à partir de P en échangeant 2 candidats, $f(P')$ est obtenu à partir de $f(P)$ par une opération similaire.



Anonymat et neutralité

Seul attribut pertinent : le **bulletin de vote**.

Anonymat

Une fonction de choix social f est **anonyme** ssi $f(P) = f(P')$, dès que P' est obtenu à partir de P en échangeant 2 électeurs.

Neutralité

Une fonction de choix social f est **neutre** ssi si P' est obtenu à partir de P en échangeant 2 candidats, $f(P')$ est obtenu à partir de $f(P)$ par une opération similaire.

⇒ tout le monde peut être élu, et l'avis de chacun compte potentiellement.



Casser l'anonymat et la neutralité

Anonymat et neutralité : est-ce toujours juste ?



Casser l'anonymat et la neutralité

Anonymat et neutralité : est-ce toujours juste ?

- **Anonymat** : cas du **vote pondéré** → électeurs d'importances différentes (droits exogènes, représentants de populations différentes...)



Casser l'anonymat et la neutralité

Anonymat et neutralité : est-ce toujours juste ?

- **Anonymat** : cas du **vote pondéré** → électeurs d'importances différentes (droits exogènes, représentants de populations différentes...)
- **Neutralité** : un candidat avec un statut particulier. Exemple : méthodes de quotas avec une option par défaut (statu quo)



Qu'est-ce qu'un bon système de vote ?

L'anonymat et la neutralité sont-elles suffisantes pour rendre un système de vote équitable et éthique ?



Qu'est-ce qu'un bon système de vote ?

L'anonymat et la neutralité sont-elles suffisantes pour rendre un système de vote équitable et éthique ?

Un bon système de vote doit aussi garantir :

- **La confidentialité** des votes :
 - **Confidentialité simple** : personne ne doit savoir ce que j'ai voté
 - **Résistance à la coercition** : personne ne doit savoir ce que j'ai voté, même si je veux révéler cette information



Qu'est-ce qu'un bon système de vote ?

- **Vérifiabilité :**

- **Vérifiabilité individuelle :** je dois pouvoir vérifier que mon bulletin est bien dans l'urne
- **Vérifiabilité universelle :** tout le monde doit pouvoir vérifier que le résultat correspond à l'ensemble de bulletins dans l'urne
- **Vérification d'éligibilité :** tout le monde doit pouvoir vérifier que tous les bulletins viennent d'électeurs légitimes.



Qu'est-ce qu'un bon système de vote ?

- **Disponibilité** : le dispositif de vote doit être disponible pendant toute la durée de l'élection
- **Accessibilité** : le dispositif doit être
 - facile à utiliser
 - facile à comprendre (bulletins + procédure)
 - adapté à des personnes touchées par des handicaps divers
 - + tel que tout le monde a accès à toute l'information nécessaire



Menu du jour

1 | **Éthique de la décision collective**

2 | **Vote**

Le problème de vote

Propriétés basiques

Accessibilité

3 | **Partage**

Partage continu vs discret

Équité dans le partage

Utilitarisme

Équilibre compétitif

4 | **Le vote de comité**

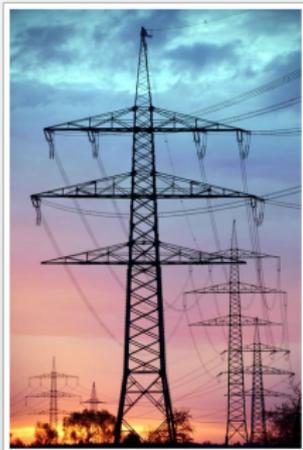
Définition du problème

5 | **Conclusion**



Partage équitable continu

Problème n°2 : le partage continu



Formellement : problème de partage de gâteau (*cake-cutting*)



Partage équitable continu – gâteaux

Problème n°2 : le partage continu

Il faut partager un gâteau rectangulaire hétérogène (un cake) entre n agents ayant des évaluations différentes sur les différentes parties du gâteau.



Partage équitable continu – gâteaux

Problème n°2 : le partage continu

Il faut partager un gâteau rectangulaire hétérogène (un cake) entre n agents ayant des évaluations différentes sur les différentes parties du gâteau.

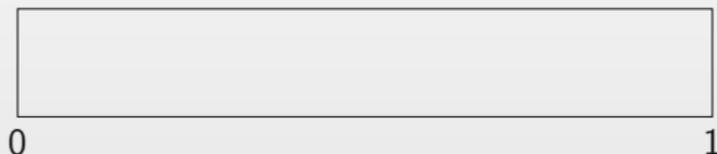




Partage équitable continu – gâteaux

Problème n°2 : le partage continu

Il faut partager un gâteau rectangulaire hétérogène (un cake) entre n agents ayant des évaluations différentes sur les différentes parties du gâteau.



- Options : différents partages du gâteau (∞)
- Agents : les convives (n)
- Préférences : fonctions d'évaluation (continues, en général additives)



Partage équitable discret

Problème n°3 : le partage discret

Il faut répartir un ensemble de m objets indivisibles entre n agents ayant des évaluations différentes de ces objets.



Partage équitable discret

Problème n°3 : le partage discret

Il faut répartir un ensemble de m objets indivisibles entre n agents ayant des évaluations différentes de ces objets.





Partage équitable discret

Problème n°3 : le partage discret

Il faut répartir un ensemble de m objets indivisibles entre n agents ayant des évaluations différentes de ces objets.

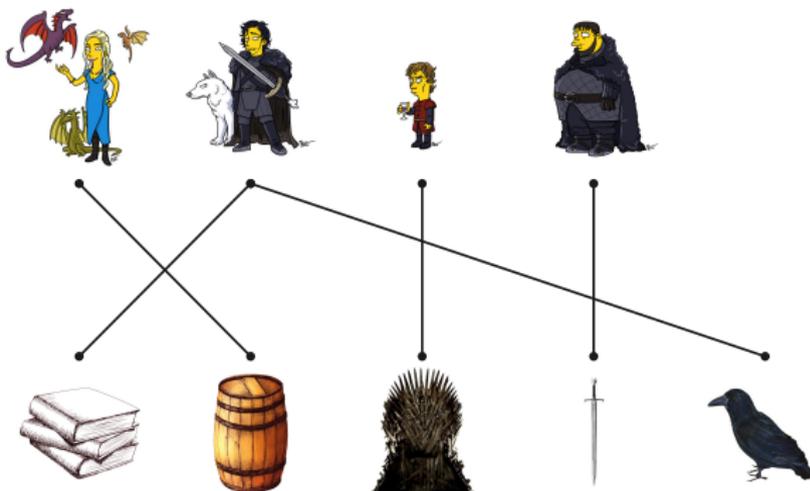




Partage équitable discret

Problème n°3 : le partage discret

Il faut répartir un ensemble de m objets indivisibles entre n agents ayant des évaluations différentes de ces objets.





Partage équitable discret

Problème n°3 : le partage discret

Il faut répartir un ensemble de m objets indivisibles entre n agents ayant des évaluations différentes de ces objets.

- Options : partages possibles (n^m)
- Agents : consommateurs d'objets (n)
- Préférences : fonction d'évaluation / ordres...

Applications : Affectation de sujets de TP à des étudiants, répartition de tâches entre robots, systèmes de *crowdsourcing*, répartition de tâches à des machines...



Principes de la justice distributive

L'anonymat est un principe minimal d'équité, mais il ne dit pas grand chose...



Principes de la justice distributive

L'anonymat est un principe minimal d'équité, mais il ne dit pas grand chose...

Sondage : Votre laboratoire doit partager n tonnes eq CO₂ entre ses membres. Comment faire ?



Principes de la justice distributive

L'anonymat est un principe minimal d'équité, mais il ne dit pas grand chose...

Sondage : Votre laboratoire doit partager n tonnes eq CO_2 entre ses membres. Comment faire ?

- **Compensation (égalité ex-post)** : la ressource compense des inégalités injustes



Principes de la justice distributive

L'anonymat est un principe minimal d'équité, mais il ne dit pas grand chose...

Sondage : Votre laboratoire doit partager n tonnes eq CO_2 entre ses membres. Comment faire ?

- **Compensation (égalité ex-post)** : la ressource compense des inégalités injustes
- **Récompense** : la ressource est attribuée à la personne qui a le plus contribué à sa création



Principes de la justice distributive

L'anonymat est un principe minimal d'équité, mais il ne dit pas grand chose...

Sondage : Votre laboratoire doit partager n tonnes eq CO_2 entre ses membres. Comment faire ?

- **Compensation (égalité ex-post)** : la ressource compense des inégalités injustes
- **Récompense** : la ressource est attribuée à la personne qui a le plus contribué à sa création
- **Droit exogène** : certaines personnes ont plus de droits sur la ressource que d'autres (pour des raisons exogènes au partage)



Principes de la justice distributive

L'anonymat est un principe minimal d'équité, mais il ne dit pas grand chose...

Sondage : Votre laboratoire doit partager n tonnes eq CO₂ entre ses membres. Comment faire ?

- **Compensation (égalité ex-post)** : la ressource compense des inégalités injustes
- **Récompense** : la ressource est attribuée à la personne qui a le plus contribué à sa création
- **Droit exogène** : certaines personnes ont plus de droits sur la ressource que d'autres (pour des raisons exogènes au partage)
- **Adéquation** : la ressource va à la personne qui en fait le meilleur usage



Le modèle utilitariste

- Un modèle classique : le modèle **utilitariste**
- Chaque agent = machine à produire du bien-être à partir de ressource
- Décideur : choisit le meilleur partage en comparant uniquement les profils d'utilité



Le modèle utilitariste

- Un modèle classique : le modèle **utilitariste**
- Chaque agent = machine à produire du bien-être à partir de ressource
- Décideur : choisit le meilleur partage en comparant uniquement les profils d'utilité
- Partage continu : $u_i : 2^{[0,1]} \rightarrow \mathbb{R}$
- Partage discret : $u_i : 2' \rightarrow \mathbb{R}$



Approches utilitaristes

Comment choisit-on le meilleur \vec{u} ?



Approches utilitaristes

Comment choisit-on le meilleur \vec{u} ?

2 approches :

- Maximiser une **fonction d'utilité collective** (CUF)
- Définir un critère binaire et trouver une allocation qui le vérifie

Remarque : propriété basique exigée (dans les deux approches) → l'anonymat



Utilitarisme vs Égalitarisme

Solution usuelle : utiliser une **fonction d'utilité collective** (CUF) g
(approche **multicritère**)

- **Utilitarisme classique** : $g_{ut} : \vec{u} \rightarrow \sum_{i=1}^n u_i$ (principe d'adéquation)
- **Égalitarisme** : $g_{eq} : \vec{u} \rightarrow (\text{lexi}) \min_{i=1}^n u_i$ (principe de compensation)



Solutions intermédiaires

- **Nash** : $g_N : \vec{u} \rightarrow \prod_{i=1}^n u_i$
- **Somme des puissances** : $g_p : \vec{u} \rightarrow \sum_{i=1}^n u_i^p, p \in]-\infty, 1] \setminus \{0\},$
 $g_0 : \vec{u} \rightarrow \sum_{i=1}^n \log(u_i)$
 - $p = 1$: utilitarisme classique
 - $p = 0$: Nash
 - $p \rightarrow -\infty$: égalitarisme (leximin)
- **OWA** : $g_{\vec{w}} : \vec{u} \rightarrow \prod_{i=1}^n w_i u_i^{\uparrow}$
 - $\vec{w} = (1, \dots, 1)$: utilitarisme classique
 - $w_1 \gg w_2 \gg \dots \gg w_n$: égalitarisme (leximin)



Principe de compensation

L'équité dans les problèmes de partage est très souvent traduite par le principe de compensation → **égalité ex-post**



Principe de compensation

L'équité dans les problèmes de partage est très souvent traduite par le principe de compensation → **égalité ex-post**

Plusieurs manières de mesurer cette compatibilité avec le principe de compensation :

- Principe de Pigou-Dalton
- Courbe de Lorenz
- Indices d'inégalité

[Je veux des détails](#)



Proportionnalité

Une autre vision du principe de compensation :

- on fixe un seuil minimal K_i de bien-être pour chaque agent i
- on cherche une allocation $\vec{\pi}$ telle que $u_i(\pi_i) \geq K_i$ pour chaque i



Proportionnalité

Une autre vision du principe de compensation :

- on fixe un seuil minimal K_i de bien-être pour chaque agent i
- on cherche une allocation $\vec{\pi}$ telle que $u_i(\pi_i) \geq K_i$ pour chaque i

Principe de **proportionnalité** : si M_i est la valeur de la ressource entière pour i , on fixe $K_i = \frac{M_i}{n}$

(Chaque agent reçoit au moins le $n^{\text{ème}}$ du gâteau)



Max-min share

La proportionnalité, c'est bien, mais parfois inatteignable (biens indivisibles)

→ e.g. 2 agents, 1 objet



Max-min share

La proportionnalité, c'est bien, mais parfois inatteignable (biens indivisibles)

→ e.g. 2 agents, 1 objet

Max-min share (MMS) :

- Introduit récemment [Budish, 2011] ;
- **Idée** : dans le cas continu, part proportionnelle = la meilleure part qu'un agent peut obtenir de manière certaine dans un jeu "*Je coupe, je choisis en dernier*".
- Si l'on réalise le même jeu pour les biens indivisibles → MMS.



Max-min share

La proportionnalité, c'est bien, mais parfois inatteignable (biens indivisibles)

→ e.g. 2 agents, 1 objet

Max-min share (MMS) :

- Introduit récemment [Budish, 2011] ;
- **Idée** : dans le cas continu, part proportionnelle = la meilleure part qu'un agent peut obtenir de manière certaine dans un jeu "*Je coupe, je choisie en dernier*".
- Si l'on réalise le même jeu pour les biens indivisibles → MMS.

Part max-min : on fixe $K_i = \max_{\vec{\pi}} \min_{j \in N} u_i(\pi_j)$



Équilibre compétitif

Encore une autre manière de voir le principe de compensation : l'équilibre compétitif.



Équilibre compétitif

Encore une autre manière de voir le principe de compensation : l'équilibre compétitif.

Competitive Equilibrium from Equal Incomes (CEEI)

- On fixe un prix $p_j \leq 1\text{€}$ pour chaque objet j .
- On donne 1€ à chaque agent i .
- Soit π_i^* la meilleure part que l'agent i peut acheter avec son euro.
- Si $(\pi_1^*, \dots, \pi_n^*)$ est un partage valide, il forme avec \vec{p} , un **CEEI**.



Équilibre compétitif

Encore une autre manière de voir le principe de compensation : l'équilibre compétitif.

Competitive Equilibrium from Equal Incomes (CEEI)

- On fixe un prix $p_j \leq 1\text{€}$ pour chaque objet j .
- On donne 1€ à chaque agent i .
- Soit π_i^* la meilleure part que l'agent i peut acheter avec son euro.
- Si $(\pi_1^*, \dots, \pi_n^*)$ est un partage valide, il forme avec \vec{p} , un **CEEI**.

Égalité *ex-ante* : chaque agent a le même revenu.



CEEI : un exemple

Exemple : 4 objets $\{1, 2, 3, 4\}$, 2 agents $\{1, 2\}$.



CEEI : un exemple

Exemple : 4 objets $\{1, 2, 3, 4\}$, 2 agents $\{1, 2\}$.

Préférences :

	1	2	3	4
agent 1	7	2	6	10
agent 2	7	6	8	4



CEEI : un exemple

Exemple : 4 objets $\{1, 2, 3, 4\}$, 2 agents $\{1, 2\}$.

Préférences :

	1	2	3	4
agent 1	7	2	6	10
agent 2	7	6	8	4

Le partage $\langle \{1, 4\}, \{2, 3\} \rangle$, avec les prix $\langle 0.8, 0.2, 0.8, 0.2 \rangle$ forme un CEEI.



Absence d'envie

- Un CEEI, s'il en existe un, est une solution extrêmement intéressante (équitable, efficace)
- Malheureusement, il n'en existe pas toujours (cf biens indivisibles)
- Un critère un peu moins fort : l'**absence d'envie**



Absence d'envie

- Un CEEI, s'il en existe un, est une solution extrêmement intéressante (équitable, efficace)
- Malheureusement, il n'en existe pas toujours (cf biens indivisibles)
- Un critère un peu moins fort : l'**absence d'envie**

Absence d'envie

Un partage $\vec{\pi}$ est **sans envie** ssi $\pi(i) \succeq_i \pi(i')$ pour chaque i, i'



Absence d'envie

- Un CEEI, s'il en existe un, est une solution extrêmement intéressante (équitable, efficace)
- Malheureusement, il n'en existe pas toujours (cf biens indivisibles)
- Un critère un peu moins fort : l'**absence d'envie**

Absence d'envie

Un partage $\vec{\pi}$ est **sans envie** ssi $\pi(i) \succeq_i \pi(i')$ pour chaque i, i'

Remarque : divers critères relâchant l'absence d'envie existent : EF1, EFX, EFX0...



D'autres formes d'équité

Il y a plein d'autres problématiques liées à l'équité dans le partage. Entre autres :

- Équité et incertitude (équité *ex-ante* vs *ex-post*)
- Équité procédurale, si la méthode d'allocation n'est pas centralisée (cf « Je coupe, tu choisis », partage séquentiel...)
- Équité épistémique (les agents ont une connaissance partielle du problème)
- **Équité de groupe**



Un mot sur l'équité de groupe

Nom	Genre	Groupe	Âge	Affiliation
Ann	F	A	J	L
Bob	M	A	J	E
Charlie	M	A	S	L
Donna	F	B	S	E
Ernest	M	A	S	L
George	M	A	S	E
Helena	F	B	S	E
John	M	B	J	E
Kevin	M	C	J	E
Laura	F	C	J	L

Exemple emprunté à [Lang and Skowron, 2018]



Un mot sur l'équité de groupe

Dans un tel exemple, comment faire en sorte que le résultat soit **groupe-équitable** ?



Un mot sur l'équité de groupe

Dans un tel exemple, comment faire en sorte que le résultat soit **groupe-équitable** ?

- Égaliser l'utilité moyenne des groupes
- Absence d'envie inter-groupes
- Absence d'envie intra-groupes
- ...



Un mot sur l'équité de groupe

Dans un tel exemple, comment faire en sorte que le résultat soit **groupe-équitable** ?

- Égaliser l'utilité moyenne des groupes
- Absence d'envie inter-groupes
- Absence d'envie intra-groupes
- ...

Un autre exemple : quotas de CO₂ pour votre laboratoire, en prenant en compte les équipes.



Menu du jour

1 | **Éthique de la décision collective**

2 | **Vote**

Le problème de vote

Propriétés basiques

Accessibilité

3 | **Partage**

Partage continu vs discret

Équité dans le partage

Utilitarisme

Équilibre compétitif

4 | **Le vote de comité**

Définition du problème

5 | **Conclusion**



Le vote de comité

Problème n°4 : le vote de comité



Le vote de comité

Problème n°4 : le vote de comité





Le vote de comité

Problème n°4 : le vote de comité

Nous devons élire un **ensemble** de représentants parmi un ensemble de m candidats sur lesquels n électeurs ont diverses préférences.





Le vote de comité

Problème n°4 : le vote de comité

Nous devons élire un **ensemble** de représentants parmi un ensemble de m candidats sur lesquels n électeurs ont diverses préférences.

- Options : **sous-ensembles** de candidats (m)
- Agents : électeurs (n)
- Préférences : bulletins de vote

Malgré sa similarité avec le problème de vote simple, il a des caractéristiques singulières.

Applications : élections parlementaires, conseil de laboratoire, recrutement, budget participatif...



Vote de comité : situations classiques

Selon le problème, le comité idéal doit être :

- le meilleur possible (principe d'élitisme)
- le plus **représentatif** possible



Vote de comité : situations classiques

Selon le problème, le comité idéal doit être :

- le meilleur possible (principe d'élitisme)
- le plus **représentatif** possible

Représentatif \approx reflet de la diversité de la population d'électeurs



Législatives et représentativité

La population :

Circ.	nuance	# vot.
Grenoble1	A	2500
Grenoble1	B	1500
Grenoble1	C	800
Grenoble2	A	700
Grenoble2	B	800
Grenoble2	C	1000
Crolles	A	300
Crolles	B	1700
Crolles	C	900
⋮	⋮	⋮



Législatives et représentativité

La population :

Circ.	nuance	# vot.
Grenoble1	A	2500
Grenoble1	B	1500
Grenoble1	C	800
Grenoble2	A	700
Grenoble2	B	800
Grenoble2	C	1000
Crolles	A	300
Crolles	B	1700
Crolles	C	900
⋮	⋮	⋮

Les candidats :

Nom	circ.	nuance
Ann	Grenoble1	A
Bob	Grenoble1	B
Charlie	Grenoble1	C
Donna	Grenoble2	A
Ernest	Grenoble2	B
George	Grenoble2	C
Helena	Crolles	A
John	Crolles	B
Kevin	Crolles	C
⋮	⋮	⋮



Scrutin majoritaire / proportionnel

- À une extrémité : scrutin majoritaire par circonscription



Scrutin majoritaire / proportionnel

- À une extrémité : scrutin majoritaire par circonscription
 - parfaitement représentatif de la diversité géographique



Scrutin majoritaire / proportionnel

- À une extrémité : scrutin majoritaire par circonscription
 - parfaitement représentatif de la diversité géographique
 - faiblement représentatif de la diversité politique



Scrutin majoritaire / proportionnel

- À une extrémité : scrutin majoritaire par circonscription
 - parfaitement représentatif de la diversité géographique
 - faiblement représentatif de la diversité politique
- À l'autre : scrutin proportionnel



Scrutin majoritaire / proportionnel

- À une extrémité : scrutin majoritaire par circonscription
 - parfaitement représentatif de la diversité géographique
 - faiblement représentatif de la diversité politique
- À l'autre : scrutin proportionnel
 - parfaitement représentatif de la diversité politique



Scrutin majoritaire / proportionnel

- À une extrémité : scrutin majoritaire par circonscription
 - parfaitement représentatif de la diversité géographique
 - faiblement représentatif de la diversité politique
- À l'autre : scrutin proportionnel
 - parfaitement représentatif de la diversité politique
 - faiblement représentatif de la diversité géographique



Scrutin majoritaire / proportionnel

- À une extrémité : scrutin majoritaire par circonscription
 - parfaitement représentatif de la diversité géographique
 - faiblement représentatif de la diversité politique
- À l'autre : scrutin proportionnel
 - parfaitement représentatif de la diversité politique
 - faiblement représentatif de la diversité géographique
- Intermédiaires : scrutin mixte (majoritaire / proportionnel)



Scrutin majoritaire / proportionnel

- À une extrémité : scrutin majoritaire par circonscription
 - parfaitement représentatif de la diversité géographique
 - faiblement représentatif de la diversité politique
- À l'autre : scrutin proportionnel
 - parfaitement représentatif de la diversité politique
 - faiblement représentatif de la diversité géographique
- Intermédiaires : scrutin mixte (majoritaire / proportionnel)



Scrutin majoritaire / proportionnel

- À une extrémité : scrutin majoritaire par circonscription
 - parfaitement représentatif de la diversité géographique
 - faiblement représentatif de la diversité politique
- À l'autre : scrutin proportionnel
 - parfaitement représentatif de la diversité politique
 - faiblement représentatif de la diversité géographique
- Intermédiaires : scrutin mixte (majoritaire / proportionnel)

Questions à emporter :

- Quels attributs ajouteriez-vous au scrutin ?
- Est-il souhaitable d'en ajouter ?
- Comment élire une assemblée qui soit représentative sur tous ces attributs ?
- ...



Messages à emporter

- Éthique dans les problèmes de décision collective \approx équité



Messages à emporter

- Éthique dans les problèmes de décision collective \approx équité
- Principe minimal d'équité : seuls les attributs pertinents importent



Messages à emporter

- Éthique dans les problèmes de décision collective \approx équité
- Principe minimal d'équité : seuls les attributs pertinents importent
- Problèmes de partage : principes de la justice distributive \rightarrow utilitarisme, égalitarisme, proportionnalité, MMS, CEEI, absence d'envie



Messages à emporter

- Éthique dans les problèmes de décision collective \approx équité
- Principe minimal d'équité : seuls les attributs pertinents importent
- Problèmes de partage : principes de la justice distributive \rightarrow utilitarisme, égalitarisme, proportionnalité, MMS, CEEI, absence d'envie
- Vote de comité : équité \approx représentativité \rightarrow équité de groupe \rightarrow équité des algorithmes



Budish, E. (2011).

The combinatorial assignment problem : Approximate competitive equilibrium from equal incomes.
Journal of Political Economy, 119(6).



Lang, J. and Skowron, P. (2018).

Multi-attribute proportional representation.
Artificial Intelligence, 263 :74–106.



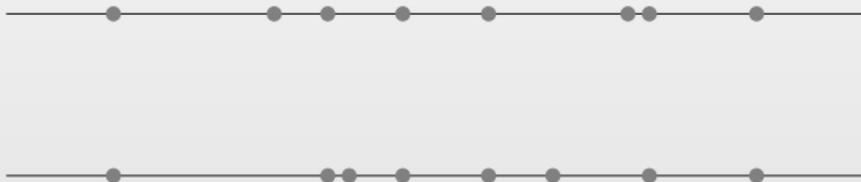
Moulin, H. (2003).

Fair Division and Collective Welfare.
MIT Press.



Pigou-Dalton principle

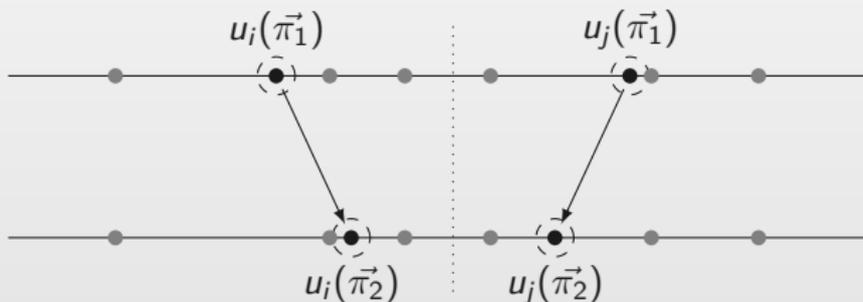
The idea is due to Arthur C. Pigou (British economist, 1877-1959) and Hugh Dalton (British economist and politician, 1887-1962).





Pigou-Dalton principle

The idea is due to Arthur C. Pigou (British economist, 1877-1959) and Hugh Dalton (British economist and politician, 1887-1962).





Pigou-Dalton principle

More formally, $\vec{u} \rightsquigarrow \vec{u}'$ **reduces inequalities** iff $\exists i \neq j$ such that :

- $u_i + u_j = u'_i + u'_j$ (sum conservation)
- $u_i < \{u'_i, u'_j\} < u_j$ (reduction of inequalities)
- $\forall j \in \mathcal{N} \setminus \{i, j\}, u_k = u'_k$.



Pigou-Dalton principle

More formally, $\vec{u} \rightsquigarrow \vec{u}'$ **reduces inequalities** iff $\exists i \neq j$ such that :

- $u_i + u_j = u'_i + u'_j$ (sum conservation)
- $u_i < \{u'_i, u'_j\} < u_j$ (reduction of inequalities)
- $\forall j \in \mathcal{N} \setminus \{i, j\}, u_k = u'_k$.

A SWO satisfies the Pigou-Dalton principle iff :

$$\vec{u} \rightsquigarrow \vec{u}' \text{ reduces inequalities} \Rightarrow \vec{u} \prec \vec{u}'.$$



Lorenz-curve

A first way to “measure” the inequalities is to use the **Lorenz curve**

Ordered utility vector

For any $\vec{u} \in \mathbb{R}^n$, the ordered utility vector \vec{u}^\uparrow is defined as the vector we obtain when we rearrange the elements of u in increasing order.

Example : $\vec{u} = \langle 5, 20, 0 \rangle \rightsquigarrow \vec{u}^\uparrow = \langle 0, 5, 20 \rangle$

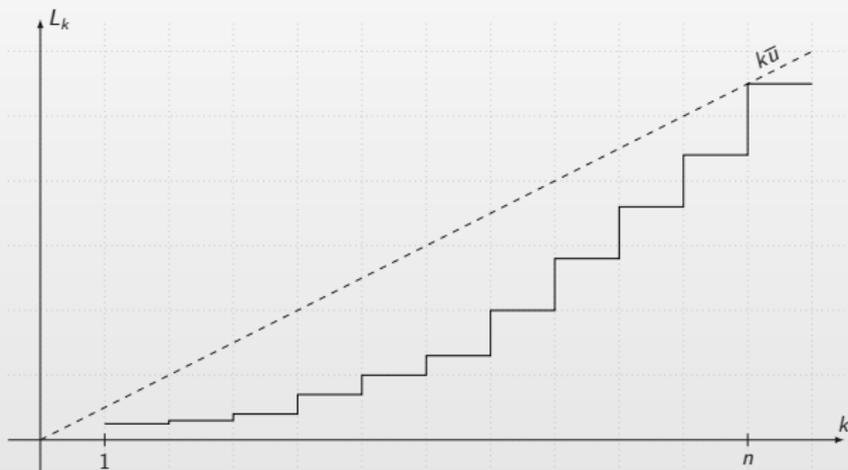
Lorenz curve

The **Lorenz curve** of a utility profile \vec{u} is the following vector :

$$\overline{L}(\vec{u}) = \langle u_1^\uparrow, \dots, \sum_{k=1}^i u_k^\uparrow, \dots, \sum_{k=1}^n u_k^\uparrow \rangle.$$



Lorenz-curve





Lorenz, Pareto and inequalities

A “Lorenz-improvement” is a Pareto-improvement over the Lorenz curve.

- Every Pareto improvement is also a Lorenz improvement.
- Every inequality reduction is also a Lorenz improvement.



Lorenz, Pareto and inequalities

A “Lorenz-improvement” is a Pareto-improvement over the Lorenz curve.

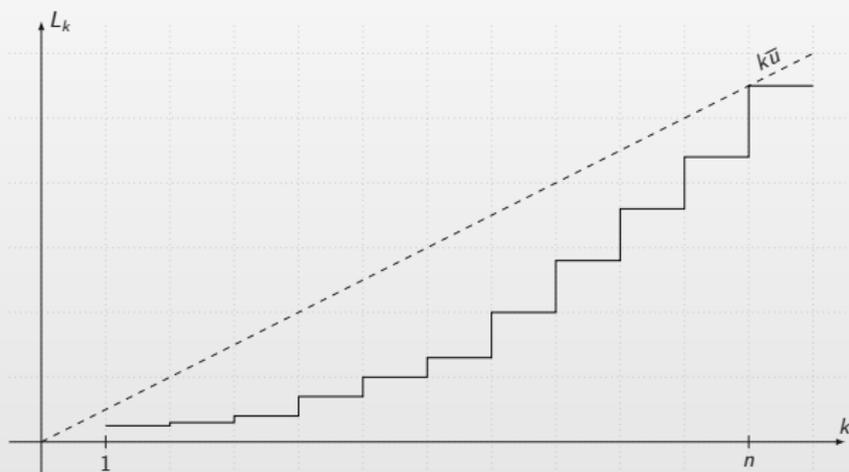
- Every Pareto improvement is also a Lorenz improvement.
- Every inequality reduction is also a Lorenz improvement.

Result

Let \vec{u} and \vec{v} be two profiles. Then $\overline{L(\vec{u})}$ Pareto-dominates $\overline{L(\vec{v})} \Leftrightarrow \vec{v} \rightsquigarrow \dots \rightsquigarrow \vec{u}$ is a sequence of Pareto improvements or inequality reducing moves.

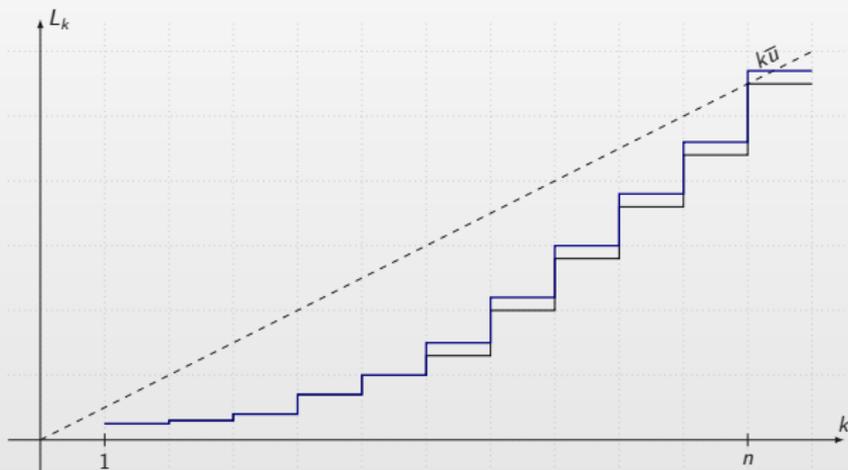


Lorenz-curve



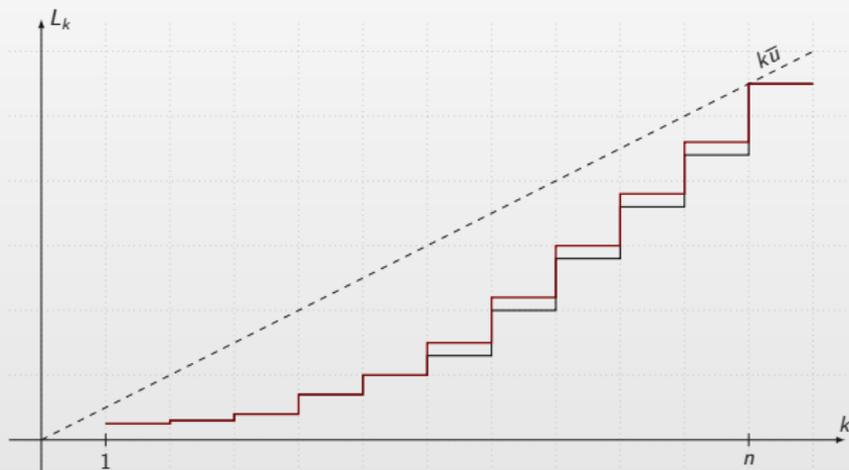


Lorenz-curve



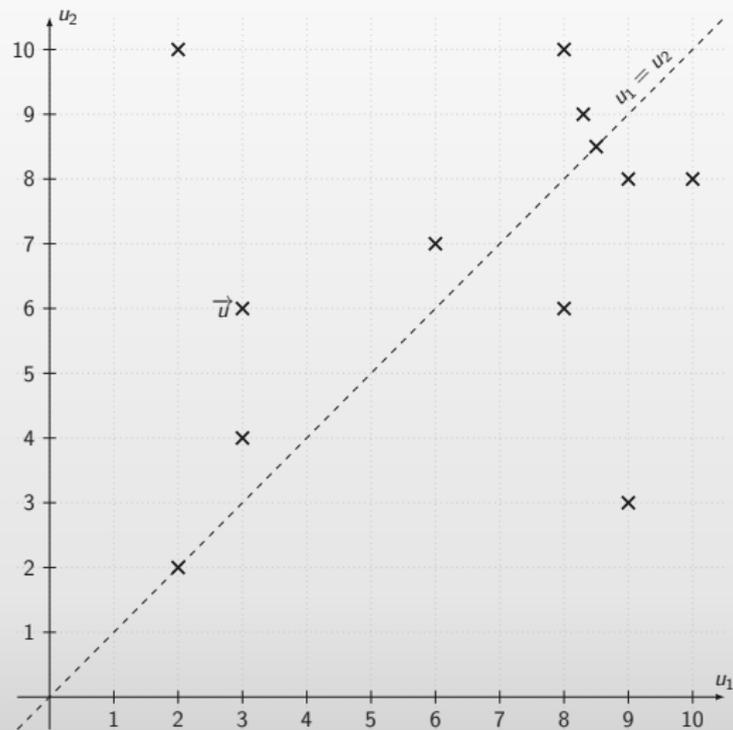


Lorenz-curve



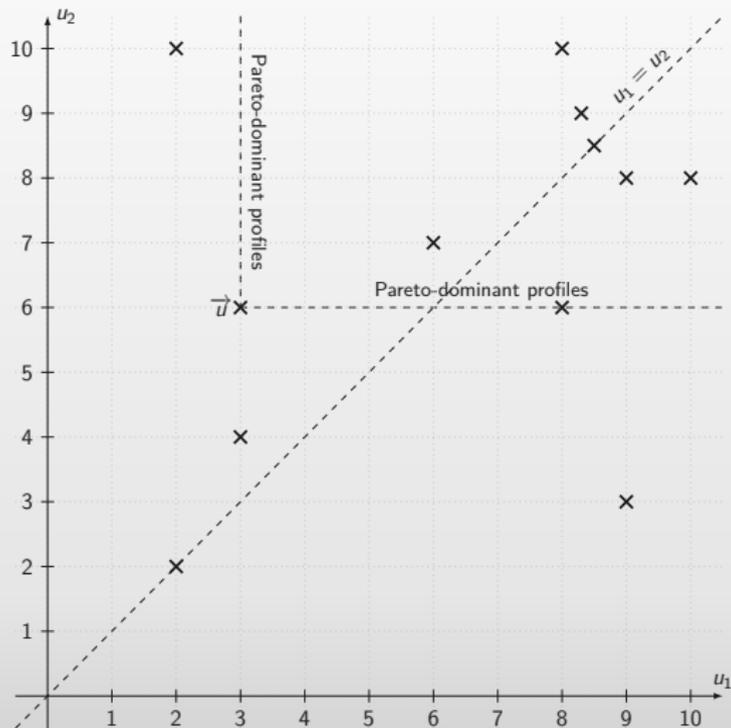


Lorenz domination



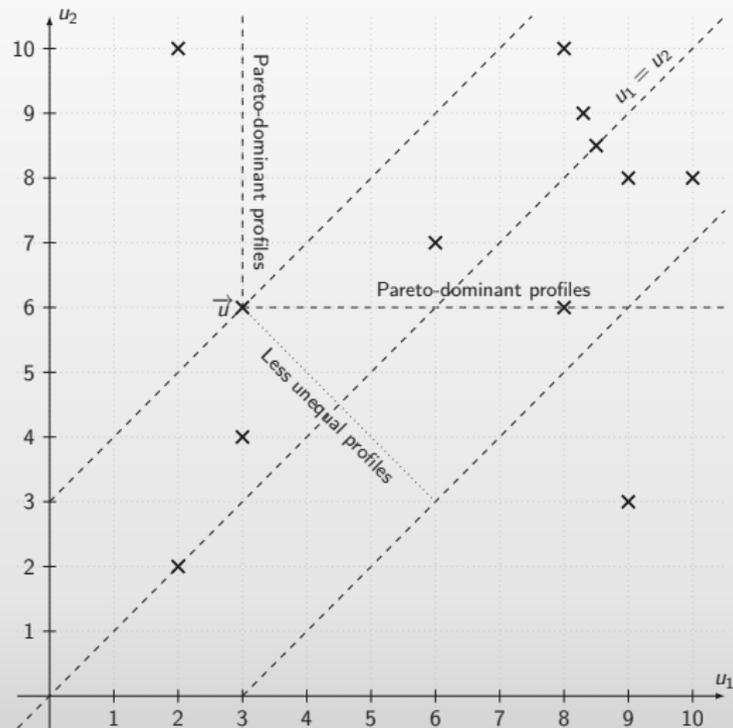


Lorenz domination



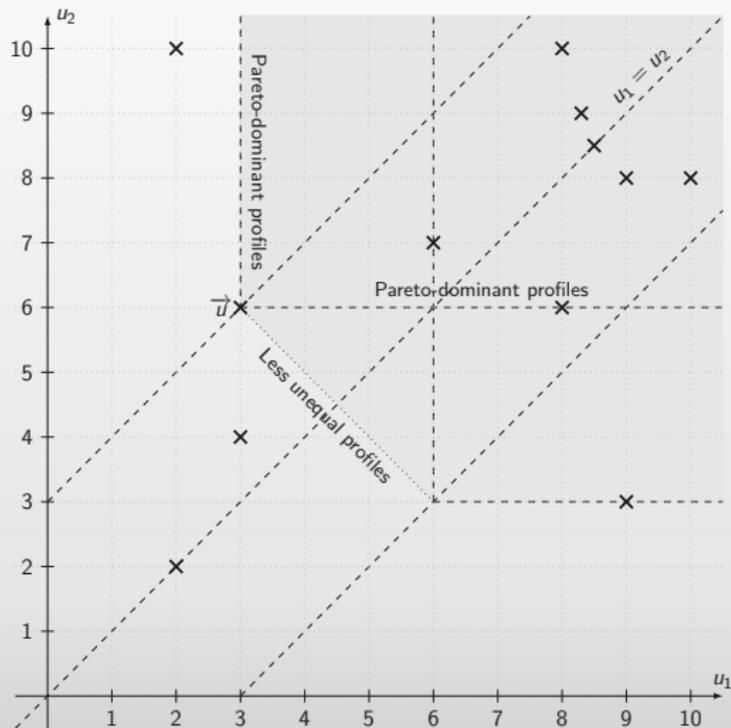


Lorenz domination



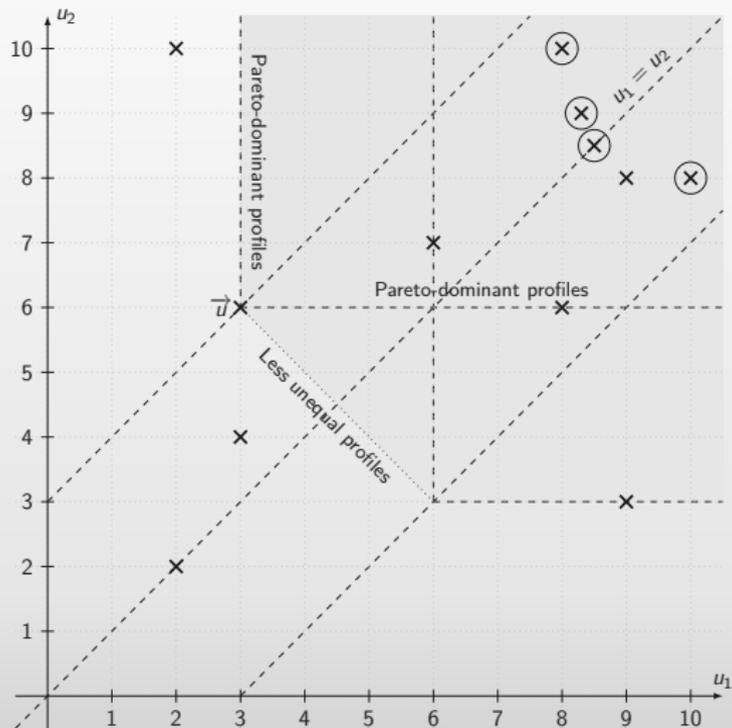


Lorenz domination





Lorenz domination





Inequality indexes

A more systematic way to **measure inequalities** ...

For a given SWO \preceq , and a profile \vec{u} , we will write $\varepsilon(\vec{u})$ the value such that $\langle \varepsilon(\vec{u}), \dots, \varepsilon(\vec{u}) \rangle \sim \vec{u}$, and \bar{u} the mean of \vec{u} .

Inequality index

The inequality index associated to \preceq is :

$$J_{\preceq}(\vec{u}) = 1 - \frac{\varepsilon(\vec{u})}{\bar{u}}.$$



Inequality indexes

A more systematic way to **measure inequalities** ...

For a given SWO \preceq , and a profile \vec{u} , we will write $\varepsilon(\vec{u})$ the value such that $\langle \varepsilon(\vec{u}), \dots, \varepsilon(\vec{u}) \rangle \sim \vec{u}$, and \bar{u} the mean of \vec{u} .

Inequality index

The inequality index associated to \preceq is :

$$J_{\preceq}(\vec{u}) = 1 - \frac{\varepsilon(\vec{u})}{\bar{u}}.$$

Remarks :

- $J(\vec{u}) \leq 1$.
- $J(\vec{u}) \geq 0$ if \preceq reduces inequalities ($J(\vec{u}) = 0$ if and only if $u_i = u_j, \forall i, j$).



Inequality indexes : examples

Atkinson inequality indexes

$$\left\{ \begin{array}{l} J_q(\vec{u}) = 1 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{u_i}{\bar{u}} \right)^q \right)^{\frac{1}{q}}, \quad 0 < q < 1 \text{ or } q < 0 \\ J_0(\vec{u}) = 1 - \left(\prod_{i=1}^n \frac{u_i}{\bar{u}} \right)^{\frac{1}{n}}. \end{array} \right.$$

(Inequality index based on generalized averages – see later)



Inequality indexes : examples

Gini index

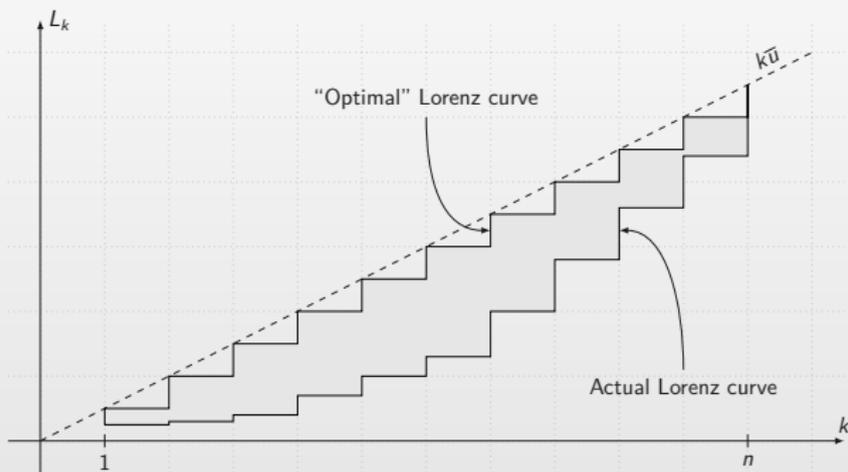
$$\begin{aligned}
 G(\vec{u}) &= \frac{\sum_{k=1}^n (k\bar{u} - L(\vec{u})_k)}{\frac{n}{2} \sum_{i=1}^n u_i} = 1 - \frac{1}{n^2\bar{u}} \left(\sum_{k=1}^n (2(n-k) + 1)u_k^\uparrow \right) \\
 &= \frac{1}{2n^2\bar{u}} \sum_{1 \leq i, j \leq n} |u_i - u_j|.
 \end{aligned}$$

Three interpretations :

- Area between two Lorenz curves (see next slide)
- Collective Utility Function based definition (OWA – see later)
- Differential utilities



Gini index : interpretation



Retour